Dieser Text wurde heruntergeladen von der Website fachrechnen.ch*.*
Verweise mit fachrechnen: *beziehen sich auf weitere Texte, die dort gefunden werden können.*

Hansruedi Kaiser

Fachrechnen vom Kopf auf die Füsse gestellt

Didaktische Szenarien

Horizontaler Transfer am Beispiel Prozentrechnen

Erschienen als: Kaiser, H. (2011). **Vorbereiten auf das Prozentrechnen im Beruf**. *Praxis der Mathematik in der Schule 53(41): 37-44.*

In der Schweiz absolvieren rund zwei Drittel aller Jugendlichen nach Abschluss der obligatorischen Schulzeit eine Ausbildung im Rahmen der Berufsbildung. Es wäre nützlich, diese klare Mehrheit der Jugendlichen würden während der obligatorischen Schulzeit auf das vorbereitet, was sie in ihrer weiteren Ausbildung erwartet – z.B. im Bereich „Prozentrechnen".

1 Situationen

„Prozentrechnen" tritt je nach Beruf in ganz unterschiedlichen Situationen auf. Die folgende Zusammenstellung erhebt keineswegs den Anspruch auf Vollständigkeit. Sie soll nur illustrieren, wie unterschiedlich diese Situationen sind.

1.1 Rabatte im Verkauf

Ein Optikergeschäft verspricht bei Direktzahlung einen Rabatt von 5%. Ein Kunde möchte dies nutzen, indem er eine Brille, die mit 520. – Fr. angeschrieben ist, bar bezahlt. Wie viel muss er bezahlen?

Hier tritt Prozentrechnen quasi in seiner Grundform auf. Das „Ganze", der Preis der Brille, entspricht 100% und es soll auf einen definierten Anteil dieses „Ganzen" geschlossen werden. Allerdings ist nicht der Anteil gesucht, für den eine Prozentangabe vorliegt, sondern sein Komplement.

1.2 Auflockerung Bauarbeiter

Für den Bau eines Einfamilienhauses muss eine entsprechende Grube ausgehoben werden. Wie viele m^3 Aushub gilt es abzutransportieren? (*fachrechnen: Bauarbeiter*)

Das Volumen der Grube lässt sich aus den Angaben auf dem Bauplan ausrechnen. Beim Ausbaggern wird das Material aber aufgelockert. Typischerweise erhöht sich das

Volumen dadurch um etwa 20%. Beträgt das Volumen der Grube also beispielsweise 400 m^3, dann ist das Volumen des ausgebaggerten Materials 80 m^3 grösser, d.h. es müssen 480 m^3 abtransportiert werden.

Ausgangspunkt ist hier das Volumen der Grube und dieses entspricht 100%. Dieses Volumen vergrössert sich bzw. muss rechnerisch um 20% vergrössert werden. Die Schlussfolgerung ist hier ähnlich wie beim Rabatt: Vom „Ganzen“, dem Volumen der Grube, soll auf einen Teil geschlossen werden, der aber dann zum alten „Ganzen“ hinzugefügt wird um ein neues „Ganzes“ entstehen zu lassen.

1.3 Verlustrechnung Küche

Auf dem Teller des Gastes sollen am Schluss 100 g fertig zubereitete Karotten liegen. Wie viele Gramm rohe, ungeschälte Karotten müssen eingekauft werden, um dieses Ziel zu erreichen? (*fachrechnen: Küche*)

Während der Herstellung tritt zweimal ein „Verlust“ auf: Zuerst beim Rüsten und dann beim Kochen – typischerweise etwa 12% und 7%. Die 100 g fertig zubereiteten Karotten sind also etwa 93% der fertig gerüsteten Karotten (ca. 108 g) und die wiederum entsprechen etwa 88% der eingekauften Karotten. Es müssen also pro Portion zu 100 g ca. 122 g Karotten eingekauft werden.

100% entspricht auch hier dem „Ganzen“, den Karotten, wie sie angeliefert werden. Im Gegensatz zum ersten Beispiel muss hier aber vom Teil auf das Ganze geschlossen werden. Zudem sind oft mehrstufige Schlüsse nötig, bei denen jeweils das, was beim vorhergehenden Schritt das Ganze war nun neu zum Teil eines neuen Ganzen wird, d.h. die 7% und die 12% sind nicht Teile desselben Ganzen.

1.4 Verlustrechnen Schreiner

Ein Schreiner stellt aus einem Stück Holz ein Brett her, etwa für eine Tischplatte. Wenn das Stück Holz 5 kg schwer war und das fertige Brett 2 kg wiegt, wie gross ist der Verlust in Prozent ausgedrückt?

Die Situation ist ähnlich wie beim Rüsten der Karotten. Es wird einiges weggeschnitten bzw. gehobelt. Wie viel das ist, hängt stark von der Art des Holzes ab. Bei Nussbaum etwa kann es durchaus sein, dass die weggehobelte Menge 140% oder mehr der Masse des fertigen Brettes ausmacht. Der Verlust kann also 140% oder mehr betragen.

Im Prinzip ist die Situation ähnlich wie bei den Köchen, nur entspricht in der Logik der Schreiner 100% dem fertigen Brett. Im Gegensatz zu den ersten beiden Beispielen ist es also hier ein Teil, welcher mit 100% identifiziert wird. Geschlossen wird von diesem Teil (dem brauchbaren Holz) auf die Grösse eines anderen Teils (dem Holzabfall). Die Angabe des Verlustes in Prozent steht daher nicht für die relative Grösse eines Teils zu einem Ganzen, sondern für die Proportion zwischen zwei Teilen, die dann zusammen beispielsweise 240% ausmachen.

1.5 Brotrezepte Bäcker

Ein Bäcker konsultiert ein Rezept für eine neue Brotsorte. Er möchte versuchsweise zehn Brote zu 1 kg nach diesem Rezept backen. Er weiss aus Erfahrung, dass er dafür etwa 12 kg Teig braucht (16% Backverlust!). Wie viel der verschieden Zutaten (Mehl, Wasser, Salz, Gewürze etc.) muss er verarbeiten?

Im Rezept findet er Angaben wie 75% Wasser, 4% Hefe und 2% Salz. Die Prozentangaben sind Angaben relativ zur Mehlmenge. 75% Wasser bedeutet also, dass er zu einem 1 kg Mehl 750 g Wasser zugeben muss. Der Gesamtteig kommt bei diesem Rezept auf 181%, für die 12 kg Teig braucht er also 6.630 kg Mehl. Die restlichen Zutaten ergeben sich relativ zum Mehl.

Auch hier eine ähnliche Situation wie bei den Schreinern: Einzelne Mengen werden mit Hilfe von Prozentangaben relativ zu einer anderen Menge angegeben. Durch diese Darstellung lassen sich verschiedene Rezepte einfach auf Grund gewisser Kriterien (wie z.B. das Mehl/Wasser Verhältnis) vergleichen. Hier allerdings entspricht die Bezugsgrösse, die mit 100% gleichgesetzt wird, keinem bedeutungsvollen Verarbeitungsschritt wie dem Endprodukt (das Brett der Schreiner) oder dem Ausgangsprodukt (die ungerüsteten Karotten der Köche). Das „Ganze“, d.h. alle Zutaten zusammen (die „Brutto-Teigausbeute“) ergeben deutlich mehr als 100%.

1.6 Mehrwertsteuerabzug Zöllner

Ein Schweizer hat im grenznahen Raum auf der deutschen Seite einen neuen LCD Fernseher gekauft und importiert den nun in die Schweiz. An der Grenze wird die schweizerische MwSt. von8%ällig. Welchen Betrag muss ihm der Zöller verrechnen?

Für die Berechnung geht der Zöllner vom Preis aus, der in Deutschland bezahlt wurde. Allerdings enthalten die € 587.-, die in Deutschland bezahlt wurden, bereits 18% MwSt. Diese 18% müssen zuerst abgezogen werden, um den eigentlichen Preis zu erhalten. € 587.- entsprechen also 118%, der Preis ist demnach etwa € 497.-.

Ähnlich wie bei den Bäckern ist hier das „Ganze“ mehr als 100% und es muss ein Teil berechnet werden, der 100% ausmacht.

1.7 Steigung Gärtner

In einer Parkanlage ist eine kleine Rampe anzulegen, die den unteren Teil des Parks mit dem oberen Teil verbindet. Diese Rampe soll rollstuhlgängig, also nicht zu steil sein. Wie lang muss sie werden?

Die Steigung rollstuhlgängiger Rampen darf maximal 6% nicht übersteigen. Da der Höhenunterschied zwischen den beiden Ebenen des Parks 1.20 m beträgt, muss also die Rampe mindestens 20 m lang werden.

Auch hier wird die Prozentangabe benutzt, um das Verhältnis zwischen zwei Grössen zu beschreiben. Aber anders als in all den vorangegangen Situationen stehen die beiden Grössen nicht fasslich in einem Teil/Ganzes-Verhältnis (wie z.B. bei den „Verlusten“) oder sind Teile eines gemeinsamen Ganzen (wie z.B. bei den Teigzutaten).[1]

[1] Übrigens, nicht alle Berufe geben Steigungen in Prozenten an. Auf dem Bau etwa wird die Neigung einer Böschung als ganzzahliges Verhältnis wie etwa 3:1 angegeben und Zimmerleute legen die Dachneigung als Winkel (in Grad) fest.

2 Fortgeschrittene Anwendung einfacher Mathematik

„Es gibt einen markanten Unterschied zwischen *Mathematik in der Schule* und *Mathematik am Arbeitsplatz*: Mathematik am Arbeitsplatz nutzt *elementare Mathematik* auf *hoch entwickelte Art* und nicht *hoch entwickelte Mathematik* auf *elementare Art*, wie dies in der Schule der Fall ist.“[2] (Steen, 2003, S. 55; Übersetzung Hansruedi Kaiser).

Die Beispiele illustrieren, was damit gemeint ist. Das Konzept „Prozent“ gehört sicher eher zur elementaren denn zur hochentwickelten Mathematik. Hingegen kann man die Art, wie beispielsweise die Bäcker Prozentangaben für eine normalisierte Darstellung ihrer Rezepte nutzen, durchaus als „hoch entwickelten Gebrauch“ bezeichnen.

Interessant ist, dass der Gebrauch des Konzepts „Prozent“ sich von Beruf zu Beruf stark unterscheidet. Oft muss man die Eigenarten des jeweiligen Berufes und seine Geschichte kennen, um zu verstehen, warum das Konzept genau so eingesetzt wird. Warum entsprechen bei den Schreinern 100% dem Endprodukt und nicht dem Ausgangsprodukt, wie etwa bei den Köchen?[3]

Kaum eine der Verwendungen deckt sich dabei vollständig mit der verbreiteten Teil/Ganzes-Vorstellung: „100% ist das ‚Ganze’; mit Angaben wie 30% werden echte Teile dieses ‚Ganzen’ bezeichnet“.[4] Entsprechend ist es nicht weiter Überraschend, wenn beispielsweise bei den Bäckern die Lernende Mühe haben, das „Ganze“ zu sehen.

3 Situierte Abstraktion

Naheliegend wäre es nun, den Lernenden während der obligatorischen Schulzeit ein Verständnis mitzugeben, das sich mit all den Varianten verträgt, wie Prozente in den verschieden Berufen genutzt werden. Besser geeignet als die Vorstellung Teil/Ganzes wäre vielleicht das Bild einer Referenzgrösse. In allen Beispielen kann man 100% als eine Referenzgrösse verstehen, relativ zu der dann andere Grössen spezifiziert werden. Die bekannte Begrifflichkeit von „Grundwert“ (die Referenzgrösse), „Prozentwert“ (die relativ zur Referenzgrösse festgelegte Grösse) und „Prozentsatz“ (das Verhältnis zwischen Grundwert und Prozentwert) geht in diese Richtung.

Nur ist die Vorstellung „Referenzgrösse“ allein wohl zu abstrakt, um wirklich von Nutzen zu sein. Damit Lernende – und Berufsleute – mit ausreichender Sicherheit Berechnungen anstellen können, müssen sie auch in der Lage sein, abzuschätzen, ob die auftretenden Grössen Sinn machen oder ob sich allenfalls Berechnungsfehler eingeschlichen haben. Dazu benötigen sie eine situationsnahe Vorstellung, eine Vorstellung, welche direkter in einen spezifischen Anwendungskontext eingebunden ist. Die

[2] “The contrast between mathematics in school and mathematics at work is striking. Mathematics in the workplace makes sophisticated use of elementary mathematics rather than, as in the classroom, elementary use of sophisticated mathematics.” (Steen, 2003, S. 55)

[3] Bisher bin ich noch auf keine überzeugende Erklärung dafür gestossen. Nützliche Hinweise nehme ich gerne entgegen.

4 Zech beispielsweise benutz meistens dieses Bild (z.B. „100% bedeutet das Ganze“, S.232) und bezeichnet das Prozentrechnen daher auch als „Anwendungsgebiet des Bruchrechnens“ (Zech, 1995, S. 224)

Vorstellung Teil/Ganzes ist hier bereits nützlicher. Sie limitiert den Bereich sinnvoller Prozentsätze (zwischen 0% und 100%) und den Bereich möglicher Prozentwerte (kleiner oder gleich dem Grundwert). Ist diese Vorstellung zudem beispielweise noch im Kontext „Rabatte beim Einkaufen“ situiert, schränken sich die möglichen Werte weiter ein. 0% und 100% fallen dann als mögliche Werte weg, da diese Fälle sprachlich anders bezeichnet werden: „Kein Rabatt“ und „gratis“. Prozentsätze, welche nicht durch fünf teilbar sind, sind unplausibel. Und die eigentlich interessante Grösse ist nicht der Prozentwert sondern sein Komplement. Die abstraktere Vorstellung „Referenzwert“ lieferte keine Anhaltspunkte dieser Art.

Dass funktionierende Vorstellungen in konkreten Anwendungssituationen verwurzelt sein müssen, lässt sich auch aus der Art ableiten, wie menschliches Problemlösen in der Regel abläuft. Typischerweise ist es nicht so, dass ein abstraktes Konzept auf einen konkreten Fall angewendet wird. Vielmehr läuft normalerweise folgendes ab: Die neue Aufgabe/Situation erinnert an bereits erlebte, ähnliche Situationen. Einige dieser Erinnerungen sind Erinnerungen an Situationen, die zufriedenstellend bewältig werden konnten, andere erinnern an Probleme oder Missgeschicke. Aus diesen sich überlagernden Erinnerungen ergibt sich dann das Vorgehen für die neue Situation, d.h. die neue Situation wird in Analogie zu bereits erlebten Situationen behandelt (*fachrechnen: Wissen gebrauchen*; Kaiser, 2005; Schank, 1995).

Ein Bäcker wird also, wenn er ein neues Brotrezept vor sich hat, nicht das Konzept eines Grundwertes, einer Referenzgrösse „anwenden“, um zu berechnen, wie viel Wasser er benötigt. Vielmehr erinnert er sich daran, dass er bei der Herstellung seines üblichen Hausbrotes zu 20 kg Mehl 16 l Wasser hinzufügt. Bei jenem Rezept beträgt der Wasseranteil 80%. Beim neuen Rezept liegt dieser bei 75%, also braucht es etwas weniger Wasser … „80 und dann 16, das ist das Doppelte wegen dem 2 bei 20“ … also braucht es 15 Liter.

Auch diese Überlegung bleibt nicht vollständig im Konkreten. Eine gewisse Abstraktion ist notwendig, denn sonst könnte der Bäcker die Erfahrungen, die er mit dem Hausbrot gesammelt hat, nicht für das neue Rezept nutzbar machen. Diese Abstraktion bleibt aber stark in der spezifischen Situation verankert (situated abstraction; Noss & Hoyles, 1996; Noss, Hoyles, & Pozzi, 2002). Das Mehl wird im Denken des Bäckers nicht zum „Grundwert“, sondern es bleibt eine bestimmte, allerdings variable Menge Mehl. Und der Wasseranteil wird nicht zum Prozentsatz, sondern bleibt ein Verhältnis zwischen Mehl und Wasser, das nur innerhalb relativ enger Grenzen variieren kann.

4 Arbeitsteilung zwischen obligatorischer Schule und Berufsschule

Stattet man also die Lernenden mit der eher abstrakten Vorstellung „Referenzgrösse“ aus, ist ihnen damit noch nicht geholfen. Sie müssen zumindest noch diese Vorstellung für die jeweilige berufliche Anwendungssituation situieren. Diese Aufgabe kann die obligatorische Schule nicht übernehmen. Einmal fehlen den dort Lehrenden die dazu notwendigen detaillierte Kenntnisse der verschiedenen beruflichen Handlungssituationen. Und zum anderen müssten ja alle Lernenden auf jede mögliche dieser Situationen vorbereitet werden – was nicht machbar ist.

Die Berufsschule muss folglich damit leben, dass die Lernenden „nicht Prozentrechnen können". Sie kann nicht erwarten, dass das, was die Lernenden aus der obligatorischen Schulzeit mitbringen, ausreicht, um im neuen Kontext sicher „Prozentrechnen" zu können. Sie muss ihren Lernenden Zeit und Gelegenheit geben, neue situationsnahe Vorstellungen aufzubauen (vgl. Abschnitt 6 unten). Sie kann höchsten wünschen, dass die obligatorische Schule die Lernenden geeignet vorbereitet, so dass dieser Aufbau neuer situationsnaher Vorstellungen mit möglichst wenig Aufwand vor sich gehen kann.

Denkbar sind zwei Modelle, wie sich diese abspielen könnte:

A. (1) Die Lernenden erwerben während der obligatorischen Schulzeit eine abstrakte Vorstellung wie „Referenzgrösse" und (2) situieren diese dann im Unterricht an der Berufsschule.

B. (1) Die Lernenden erwerben während der obligatorischen Schulzeit eine oder mehrere situationsnahe Vorstellungen und (2) nutzen diese dann im Unterricht an der Berufsschule, um weitere situationsnahe Vorstellungen zu entwickeln.

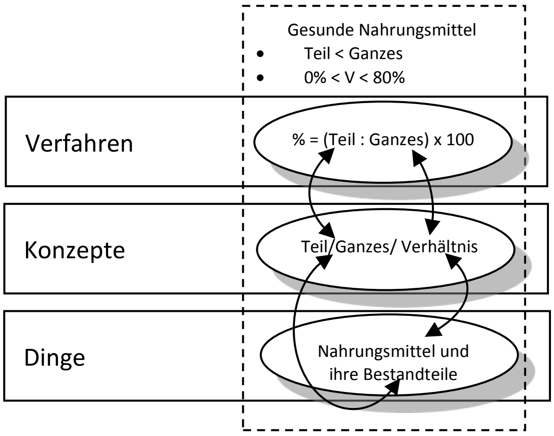
Modell A würde voraussetzen, dass es den Lernenden möglich ist, erstens die eher abstrakte Vorstellung „Referenzwert" zu erwerben und zweitens diese dann später zu situieren. Bei einigen Lernenden ist sicher zumindest A.1 möglich. Nur sind dies typischerweise nicht diejenigen Lernenden, welche den Weg über die Berufsbildung wählen, sondern diejenigen, welche man später am Gymnasium findet. Wenn der Eindruck nicht täuscht, dann haben viele Lernenden an den Berufsfachschulen grosse Mühe mit entweder A.1 oder A.2 oder beidem.

Modell B scheint realistischer. Viele Berufsleute verfügen über situationsnahe Vorstellungen und arbeiten täglich damit. Das lässt erwarten, dass es auch möglich ist, bei vielen Lernenden während der obligatorischen Schulzeit ein gut in ihrem Erfahrungskontext verankerte situationsnahe Vorstellung aufzubauen (B.1). Diese Vorstellung könnte gut eine situierte Variante des Bildes Ganzes/Teil sein. Als Kontexte bieten sich an:

- Inhaltsangaben z.B. bei Nahrungsmitteln: 29% Zucker
- Statistische Angaben in den Medien: 21% Ausländer
- Rabatte: 30% Rabatt auf allen Artikel mit dem roten Punkt
- etc.

Eine solche situationsnahe Vorstellung besteht aus einem eng verwobenen Geflecht aus Wissen über reale Dinge, mathematische Konzepte und rechnerische Verfahren (Kaiser, 2009; vgl. Figur 1; ähnlich Vergnaud, 1997). Im Kontext „Gesunde Nahrungsmittel" gehört zum Wissen über reale Dinge unter anderem, dass die einzelnen Bestandteile eines Nahrungsmittels allein und auch zusammen nie mehr als das Ganze ausmachen, dass es kaum Nahrungsmittel gibt, die nur aus einer Komponente bestehen, dass ein hoher Zuckeranteil als nicht besonders gesund gilt und dass es „giftige Zutaten" gibt, welche schon in ganz kleinen Mengen schaden können.

Zu den mathematischen Konzepten gehört sicher das Konzept der Proportionalität, d.h. dass beispielweise wenn ich doppelt so viel Cola trinke, ich auch doppelt so viel Zucker zu mir nehme. Und zu den Rechenverfahren gehört das Wissen, wie man von zwei der drei Grössen *Ganzes*, *Teil* und *Verhältnis* jeweils auf die dritte schliessen kann. Dabei entspricht der Schluss auf das *Ganze* in diesem Kontext keiner relevanten Fragestellung, so dass es wohl sinnvoll ist, wenn man die Lernenden mit der „Berechnung von Grundwerten [verschont], da sie im Alltag relativ selten vorkommt“ (Zech, 1995, S. 226) – auch wenn solche Berechnungen dann im Alltag von Köchen und Köchinnen eine grosse Rolle spielen werden.



Figur 1: Bestandteile eines Wissenspakets

Kommen die Lernenden mit einer solchen situationsnahen Vorstellung in die Berufsschule, bleibt dieser dann noch die Aufgabe, diese Vorstellungen zum Erwerb berufsspezifischer anderer situationsnaher Vorstellungen zu nutzen (B.2). Natürlich wäre es hilfreich, wenn die Lernenden auch darauf bereits vorbereitet wären, also schon während der obligatorischen Schulzeit erlebt hätten, wie ein solcher Transfer sich abspielen kann.

5 Horizontaler Transfer

Wenn die Lernenden in der neuen Situation, z.B. die der Schreiner, nicht einfach nochmals neu beginnen, findet so etwas wie ein Transfer statt. Ein Transfer ist möglich, wenn für die Aufgabenstellung nützliche Ähnlichkeiten zwischen den Situationen erkannt werden. Solche Transfers finden auch ständig statt, wie etwa im Beispiel beim Bäcker von einem Rezept mit 80% Wasser zu einem Rezept 75% Wasser. Sie werden nur zum Problem, wenn die Ähnlichkeit für die Lernenden zu wenig prägnant ist, als dass sie genutzt werden kann, wie etwa zwischen den Situationen „Coca Cola enthält 29% Zucker“ und „Der Verlust bei der Herstellung einer Nussbaumplatte beträgt 140%“.

Analysiert man die beiden Situationen, ergibt sich folgendes Bild:

Bezüglich der realweltlichen Gegebenheiten bestehen kaum nützliche Ähnlichkeiten. Für die Situation „Bestandteile eines Nahrungsmittels“ liegen die Prozentsätze immer zwischen 0 und 100; bei der Situation der Schreiner liegen sie real irgendwo zwischen 10 und 140, wenn auch rein theoretisch extremere Werte denkbar sind. Bei „Bestandteilen eines Nahrungsmittels“ ist das, was mit dem Prozentwert verbunden ist, immer echter Teil dessen, was mit dem Grundwert verbunden ist; bei den Schreinern ist dies nie der Fall, sondern im Gegenteil, die beiden „Dinge“ sind zwei echte und disjunkte Teile eines grösseren Ganzen.

Bezüglich der mathematischen Strukturen ist die Ähnlichkeit hingegen gross. In beiden Situationen sind die beiden Grössen linear proportional zueinander. Wächst die eine Grösse, wächst auch die andere und umgekehrt. Wobei dies allerdings nur für Aussagen der Form „der Anteil/der Verlust ist x%“ gilt. „140% Verlust“ ist bei einem 2kg schweren Brett 2.8kg, bei einem 4kg schweren Brett 5.6kg. Es ist aber keineswegs gesagt, dass ich beim Versuch, ein grosses, 4kg schweres Brett zu schreinern gleich viel Verlust haben werde, wie wenn ich ein 2kg schweres Brett verfertige – ganz im Gegensatz zu einer 5dl oder 1.5l Flasche Cola, in der immer 29% Zucker drin sind.

Und für die rein rechnerische Bewältigung besteht die Ähnlichkeit, dass wenn man eine Grösse B in Prozent einer Grösse A ausdrücken will, man die Grösse B durch die Grösse A teilt (mit dieser „misst“) und das Resultat mit 100 multipliziert.

Typischerweise versuchen Berufsschullehrende einen Transfer über die Ähnlichkeit beim Rechenverfahren herzustellen. Meist, indem sie etwas in der folgenden Art sagen: „Das ist Prozentrechnen. Ihr müsst das_hier durch das_da teilen und dann mit Hundert multiplizieren!“. Dieser Transferversuch scheitert oft daran, dass sich die Lernenden nie merken können, was denn nun durch was geteilt werden muss. Und daraus folgern die Lehrenden dann: „Heutzutage können die Lernenden nicht einmal mehr Prozentrechnen“.

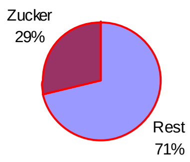
Der über die mathematische Struktur laufende Transfer entspricht den Vorstellungen einer modernen Mathematikdidaktik. Von den Lernenden wird erwartet, dass sie mit mehr oder weniger Unterstützung die relevanten, situationsunabhängigen Strukturen abstrahieren und diese Strukturen dann in der neuen Situation wiedererkennen. In diesem Fall also etwa, dass sie die Proportionalität von Grundwert und Prozentwert sehen. Wie bereits gesagt, mag es Lernende geben, die den Weg über einen „vertikalen“ Transfer (nach oben in eine kontextfreie Abstraktion, nach unten zurück in die neue konkrete Situation) umsetzen können. Die Erfahrung zeigt aber, dass es viele Lernende diesen Weg nicht gehen können, von denen vermutlich überproportional viele den Weg über die Berufsbildung einschlagen.

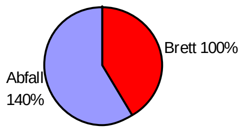
Für diese muss ein anderer Weg, eine Art „horizontaler“ Transfer (Beach, 1999) gefunden werden, bei dem die Analogie zwischen alter Situation und neuer Situation ohne Umweg über eine kontextfreie Abstraktion genutzt werden kann. Wobei der Begriff „Transfer“ in diesem Fall vielleicht etwas irreführend ist. Ziel ist es nicht zwingend, Wissen von einer Situation auf die andere zu übertragen. Wichtig ist nur, dass das Beherrschen der alten Situation in irgendeiner Weise das Erlernen der neuen Situation unterstützt und damit verkürzt (Greeno, et al., 1993; Perkins & Salomon, 1992; Schmid, 2006). Dazu ist es sicher notwendig, dass die Lernenden während dieser Lernphase Ähnlichkeiten zwischen den beiden Situationen erkennen. Es ist aber kein Ziel, dass ihnen diese Ähnlichkeiten später bewusst bleiben. Meist werden sich wohl mit zunehmender Vertrautheit mit der neuen Situation zwei separate Kontexte mit eigenen Strukturen herausbilden und es wird spontan keinen Transfer mehr zwischen „Nahrungsmitteln“ und „Brettern“ stattfinden. Dies ist auch sinnvoll, da doch deutliche Unterschiede zwischen den beiden Kontexten bestehen, wie: mögliche Prozentsätze; Unsicherheit, ob ein doppelt so grosses Brett doppelt so viel Abfall bedeutet etc.

Alle Versuche den Vorgang zu beschreiben, der sich abspielt, wenn die Analogie zu einer bereits bekannten Situation die Bearbeitung einer neuen Situation erleichtert, kamen bisher nicht darum herum, anzunehmen, dass strukturelle Ähnlichkeiten zwischen den beiden Situationen erkannt werden (z.B. Holyoak & Thagard, 1996). Es muss also auch im Falle eines horizontalen Transfers eine gewisse Abstraktion, die Abstraktion der gemeinsamen Strukturen, stattfinden. Und wenn man im schulischen Kontext diesen Transfer unterstützen will, indem man über mögliche Analogien spricht, lässt sich eine gewisse Abstraktion sowieso nicht umgehen, da jede sprachliche Beschreibung eine Abstraktion ist.

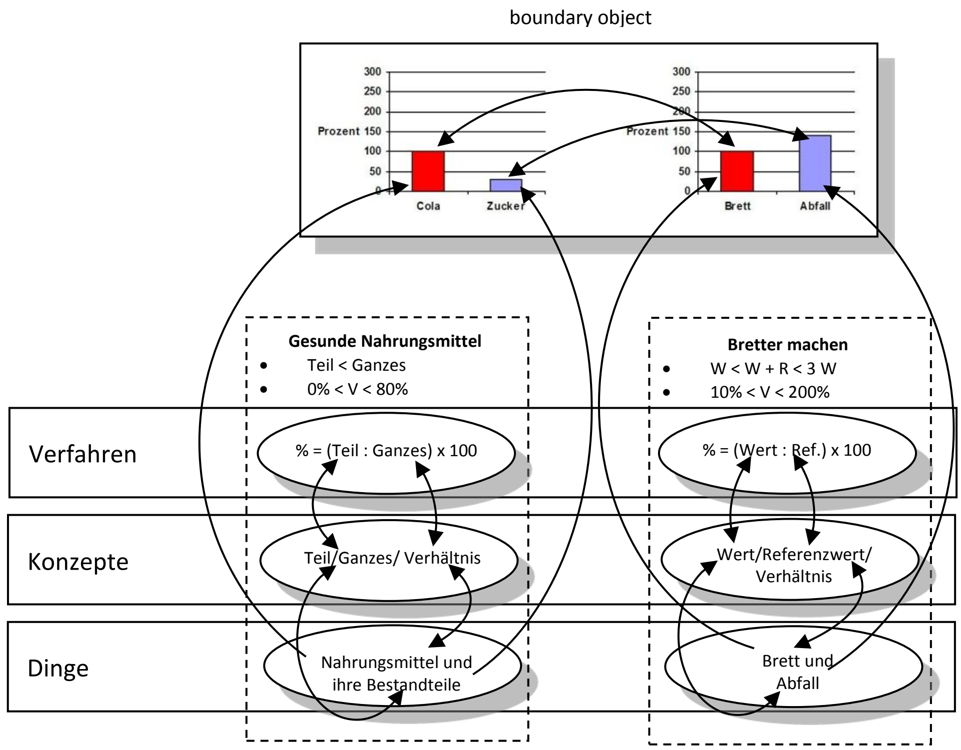
Der Unterschied zum vertikalen Transfer, der über eine kontextfreie Abstraktion geht, könnte darin liegen, dass beim horizontalen Transfer eine weitere situierte Abstraktion (Noss & Hoyles, 1996; Noss, Hoyles, & Pozzi, 2002) zum Zuge kommt. Die Situation ist in diesem Fall die Lernsituation, d.h. die Abstraktion dient dem Zweck, das Erlernen der „Schreiner-Variante“ mit Hilfe des aus der „Lebensmittel-Variante“ gegeben Wissens zu unterstützen, und muss in dieser Situation verwurzelt bleiben.

Denkbar wäre es, mit einer graphischen Darstellung zu arbeiten, die in beiden Fällen nützlich ist. Bei „Lebensmitteln“ würde ein Kuchendiagramm eine gute Visualisierung der Verhältnisse bieten. Bei den „Brettern“ hingegen verwirrt ein Kuchendiagramm eher.





Nützlicher könnten Balkendiagramme sein.



Eine solche Darstellung hätte die Funktion eines *boundary objects* (Tuomi-Grohn & Engeström, 2003; Hoyles & Noss, 2004). Sie begleitet die Lernenden über die Grenze von einem Kontext zum anderen und ermöglicht es ihnen, einiges aus dem ersten Kontext in den zweiten hinüberzunehmen. Einmal angekommen, können die Lernenden diese Hilfskonstruktion wieder vergessen. Natürlich ist es nützlich, wenn sie sich weiter daran erinnern, da dieselbe Hilfskonstruktion beim Übergang zu einem weiteren Kontext (z.B. Lohnabrechnung und Lohnbestandteile) eventuell wieder als *boundary object* dienen könnte. Notwendig ist dies aber nicht, wenn es nur darum geht, dass die Lernenden im Berufsalltag als Schreiner oder Schreinerin ihre Berechnungen machen können. Und vielleicht ist es so, dass bei einem weiteren Übergang ein anderes *boundary object*, welches direkt aus der entsprechenden Lernsituation heraus entwickelt wird, dienlicher ist.

6 Was bleibt der Berufsschule zu tun?

Wie gesagt, muss die Berufsschule damit leben, dass die Lernenden „nicht Prozentrechnen" können. Eigentlich sollte sie sich unterdessen auch daran gewöhnt haben. Denn darüber, dass die Lernenden „nicht mehr" rechnen können, wird schon mindestens seit einem Jahrhundert geklagt (Lörcher, 1985).

Angenommen, die Lernenden bringen aus der obligatorischen Schulzeit mindestens eine situationsnahe Vorstellung mit, welche sich für einen horizontalen Transfer eignet, dann bleiben den Lehrenden an der Berufsschule folgende fünf Dinge zu tun:

1. **Einführen des neuen Kontextes:** Damit ein Transfer überhaupt möglich ist, müssen die Lernenden zuerst einmal eine möglichst anschauliche Vorstellung der „Dinge" im neuen Kontext haben. Beispielsweise, dass es beim Herstellen eines

Brettes Abfall gibt, dass und warum man wissen muss, wie gross dieser Abfall ist, dass und warum man den Abfall im Verhältnis zum fertigen Brett angibt, dass und warum man dieses Verhältnis in Prozent angibt etc. In der dualen Berufsbildung können die Lehrenden hier oft auf Erfahrungen zurückgreifen, welche die Lernenden bereits an ihrem Arbeitsplatz im Betrieb gemacht haben.

2. **Aufspüren und Aktivieren des vertrauten Kontextes:** Da die Lernenden ganz unterschiedliche Lernbiographien haben, ist nicht sofort klar, für welche Kontexte sie über geeignet situationsnahe Vorstellungen verfügen. Diese müssen zuerst aufgespürt werden. Hier können durchaus Oberflächenmerkmale, wie etwa, dass auch Prozente eine Rolle gespielt haben, hilfreich sein. Wichtig ist es dann, dieses Wissen wieder – ohne vorschnell auf einen Transfer zu schielen – zu aktivieren, bis alle Lernenden einen Ausgangskontext präsent haben, in dem sie sich zuhause fühlen. Die Sache vereinfacht sich zwar, wenn das bei allen Lernenden derselbe Kontext ist. Wichtiger als ein einheitlicher Ausgangskontext ist aber, dass sich alle Lernenden in ihren jeweiligen Kontexten sicher fühlen.

3. **Einführen des *boundary objects*:** Es dürfte unwahrscheinlich sein, dass die Lernenden selbst in der Lage sind, ein geeignetes *boundary object* zu wählen. Vermutlich ist es sinnvoll, wenn die Lehrperson ein solches vorschlägt. Gute *boundary objects* haben zwei Qualitäten: Einerseits sind sie so flexibel, dass sie in beide Kontexte passen, andererseits können sie aus jedem Kontext heraus für dessen Bedürfnisse konkretisiert werden (Star, 2010). Mathematische Konzepte bzw. Objekte zu finden, welche der ersten Bedingung genügen, dürfte keine Schwierigkeit sein, da dies ja gerade ein Merkmal abstrakter mathematischer Konzept ist.

   Damit den Lernenden der zweite Punkt, das Konkretisieren für den jeweiligen Kontext, gelingen kann, sollte aber die Abstraktionshöhe möglichst gering gewählt werden. Ginge es beispielweise um einen horizontalen Transfer vom Kontext „Nahrungsmittel und ihre Bestandteile" zum Kontext „Rabatte beim Einkaufen" könnte ein Kuchendiagramm geeignet sein, welches nahe an der in beiden Kontexten nützlichen Teil/Ganzes-Vorstellung ist. Im oben gewählten Beispiel („Nahrungsmittel" zu „Schreiner") hingegen braucht es ein flexibleres *boundary object*; beispielsweise das vorgeschlagene Balkendiagramm.

4. **Anleiten des horizontalen Transfers:** Die Lernenden sollen dann zuerst versuchen, die beiden Kontexte je unabhängig mit Hilfe des vorgeschlagenen Objekts zu modellieren. Anschliessend können die Modell verglichen und nützliche Gemeinsamkeiten herausgearbeitet werden.

5. **Aufbau der nötigen Sicherheit im neuen Kontext:** Der Transfer erleichtert den Einstieg in den neuen Kontext. Die notwendige Sicherheit stellt sich aber erst mit der Ausbildung einer im neuen Kontext situierten Grundvorstellung ein. Dies lässt sich nur über die Bearbeitung einer grösseren Anzahl realistischer Aufgaben im neuen Kontext erreichen.

Die Aufgabe der Lehrenden in der Berufsbildung erleichtert sich, wenn die Lernenden diesen Prozess während der obligatorischen Schulzeit bereits ein oder mehrmals erlebt haben, also bereits mit dem Prozess eines horizontalen Transfers vertraut sind. Voraussetzung dafür, dass die Lehrenden die Lernenden auf diese Weise von einem Kontext in einen anderen mitnehmen können, ist natürlich, dass sie selbst in beiden

Kontexten zuhause sind. Sie übernehmen damit die Rolle eines *boundary spanner* oder *boundary broker* (z.B. Koskinen, 2008).

7 Literatur

Beach, K. (1999). Consequential Transitions: A Sociocultural Expedition Beyond Transfer in Education. In A. Iran-Nejad & P. D. Pearson (Eds.), *Review of Research in Education* (Vol. 24, pp. 101-139).

Greeno, J. G., Moore, J. L., Smith, D. R., & The Institute for Research on Learning. (1993). Transfer of situated learning. In D. K. Detterman & R. J. Sternberg (Eds.), *Transfer on trial: Intelligence, cognition and instruction* (pp. 99-167). Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.

Holyoak, K. J., & Thagard, P. (1996). *Mental Leaps. Analogy in Creative Thought*. Cambridge, MA: MIT Press.

Hoyles, C., & Noss, R. (2004). *Situated abstraction: mathematical understandings at the boundary.* Paper presented at the ICME-10, Kopenhagen.

Kaiser, H. (2005). *Wirksames Wissen aufbauen - ein integrierendes Modell des Lernens*. Bern: h.e.p. verlag.

Kaiser, H. (2009). Modelle bauen und begreifen. Mehr als blindes Rechnen bei angewandten Aufgaben. In L. Hefendehl-Hebeker, T. Leuders & H.-G. Weigand (Eds.), *Mathemagische Momente* (pp. 74-85). Berlin: Cornelsen.

Koskinen, K. U. (2008). Boundary brokering as a promoting factor in competence sharing in a project work context *International Journal of Project Organisation and Management, 1*(1), 119-132.

Lörcher, G. A. (1985). Mathematische Vorkenntnisse der Berufsschüler. In P. Bardy, W. Blum & H.-G. Braun (Eds.), *Mathematik in der Berufsschule. Analysen und Vorschläge zum Fachrechenunterricht* (pp. 26-36). Essen: Girardet.

Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings. Learning Cultures and Computers*. Dordrecht: Kluwer.

Noss, R., Hoyles, C., & Pozzi, S. (2002). Abstraction in Expertise: A Study of Nurses' Conceptions of Concentration. *Journal for Research in Mathematics Education, 33*(3), 204-229.

Pauli, P. (2010). *Lehrbuch der Küche*. Neuhausen a.R.: Pauli Fachbuchverlag.

Perkins, D. N., & Salomon, G. (1992). Transfer of Learning. In *International Encyclopedia of Education* (pp. 2-13). Oxford: Pergamon Press.

Schank, R. C., & Cleary, C. (1995). *Engines For Education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Schmid, C. (2006). *Lernen und Transfer: Kritik der didaktischen Steuerung*. Bern: h.e.p. verlag.

Star, S. L. (2010). This is Not a Boundary Object: Reflections on the Origin of a Concept. *Science Technology Human Values, 35* (5), 601-617.

Steen, L. A. (2003). Data, shapes, symbols: Achieving balance in school mathematics. In B. L. Madison & L. A. Steen (Eds.), *Quantitative literacy: Why literacy matters for schools and colleges* (pp. 53-74): The National Council on Education and the Disciplines.

Tuomi-Grohn, T., & Engeström, Y. (2003). Conceptualizing transfer: from standard notions to developmental perspectives. In T. Tuomi-Grohn & Y. Engeström (Eds.), *Between school and work: new perspectives on transfer and boundary crossing*. Oxford: Elsevier.

Vergnaud, G. (1997). The Nature of Mathematical Concepts. In T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective*. Hove: Psychology Press.

Zech, F. (1995). *Mathematik erklären und verstehen. Eine Methodik des Mathematikunterrichts mit besonderer Berücksichtigung von lernschwachen Schülern und Alltagsnähe*. Berlin: Cornelsen.