Forschungsagenda für eine Didaktik des Mathematik-unterrichts in der Berufsbildung

Hansruedi Kaiser Oktober 2017

Dieser Text wurde heruntergeladen von der Website www.fachrechnen.ch. Verweise mit fachrechnen: beziehen sich auf weitere Texte, die dort gefunden werden können.

Fachrechnen vom Kopf auf die Füsse gestellt (*fachrechnen:Anlass und Zielsetzung*) ist ein Modell, wie sich Rechnen und Mathematik im schulischen Unterricht der dualen Berufsbildung handlungsorientiert integrieren lässt. Das Konzept und die damit verbundenen didaktischen Modelle sind in den letzten gut 10 Jahren in intensiver Interaktion mit Lehrpersonen in Berufsfachschulen in der Schweiz entstanden. Es hat sich insofern bewährt, als dass Lehrpersonen, die heute neu damit konfrontiert werden, sich davon angesprochen fühlen und als Folge davon Veränderungen im Unterricht vornehmen, die sie und ihre Lernenden als positiv wahrnehmen.

Damit ist der Grundstein gelegt, um über die vorhandene anekdotische Evidenz hinausgehend vertieft zu erforschen, ob das Konzept hält, was es verspricht. Das Folgende ist der Versuch, ein entsprechendes Forschungsprogramm anhand verschiedener, aufeinander aufbauender Fragen zu skizzieren. Darin eingestreut sind vorläufige Antworten auf die jeweiligen Fragen aus Sicht von *Fachrechen vom Kopf auf die Füsse gestellt* (im Folgenden *FKF*).

1 Welche Ziele sollen im Zusammenhang mit der Behandlung mathematischer Inhalte im Rahmen der beruflichen Erstausbildung erreicht werden?

Beim Durchsehen von behördlichen Dokumenten und Lehrplänen sowie im Gespräch mit unterschiedlichen Akteuren der Berufsbildung trifft man auf mindestens folgende drei Ziele:

Die Lernenden handlungsfähig machen: Da die Lernenden am Ende ihrer Ausbildung fähig sein sollten, gewisse berufliche Aufgaben/Situationen kompetent zu bewältigen, ist es das erste und naheliegendste Ziel der Berufsbildung, ihnen das dazu notwendige mathematisch/rechnerische Rüstzeug zu vermitteln. Typische solche Aufgaben/Situationen sind: Als Schreinerin auf der Baustelle einen rechten Winkel überprüfen; als Milchtechnologe Vollmilch und Magermilch mischen, um einen bestimmten Fettgehalt zu erreichen; als Pflegende eine Infusion richten, so dass der Patient die verordnete Dosis in der verordneten Zeitspanne erhält; etc.

Die Lernenden auf spätere Weiterbildungen vorbereiten: Oft besteht darüber hinaus der Anspruch, die Lernenden nicht nur auf das vorzubereiten, was sie in der beruflichen Praxis gleich nach Abschluss der Ausbildung erwartet, sondern auch eine Grundlage für weiteres Lernen entweder direkt am Arbeitsplatz oder dann in Weiterbildungen oder weiterführenden, höheren Ausbildungen zu legen – Lehrpersonen und andere Akteure im Bildungssystem möchten den Lernenden „einen Rucksack mitgeben". Beim Verfolgen dieses Zieles werden manchmal im Unterricht an den Berufsfachschulen neue Inhalte erarbeitet, welche über die Inhalte der obligatorischen Schulzeit hinausgehen. Oft geht es aber einfach auch darum, bereits vorhandenes Wissen und Können, das in der beruflichen Grundbildung nicht benötigt wird, aktiv zu erhalten. Ein typisches Beispiel für die erste Variante wäre: Trigonometrische Funktionen als Grundlagen für Weiterbildungen im Elektrobereich. Typische Beispiele für die zweite Variante: Preisberechnungen bei Köchinnen oder das Errechnen von Kennzahlen bestimmter Lagerkonfigurationen bei Logistikern – beides Aufgaben, welche erst in Weiterbildungen wirklich zum Thema werden.

Den Lernenden ein Verständnis für die Bedeutung der Mathematik in der modernen Welt vermitteln: Für die Bedienung von Geräten wie Smartphones oder für die Teilnahme an Wahlen ist es nicht zwingend notwendig, die Mathematik zu kennen und zu verstehen, welche bei der Entwicklung der Geräte oder des Wahlverfahrens eine Rolle gespielt haben. Ein Verständnis dafür kann aber helfen, sich aktiv, bewusst und kritisch in einer Welt zu bewegen, welche vielerorts durch den Einsatz mathematischer Modelle geprägt ist. Wenn die dazu benötigte Mathematik über das hinausgeht, was bis zum Eintritt in die Berufsbildung vermittelt werden kann (bspw. die Verschlüsselung von Nachrichten auf dem Smartphone), oder wenn die Betroffenheit und damit das Interesse für die jeweiligen Themen erst frühestens während der beruflichen Grundbildung gegeben sind (bspw. Wahlen und Abstimmungen), kann hier die Berufsbildung im Anschluss an die obligatorische Schulzeit Aufgaben übernehmen.

Neben diesen drei Zielen muss der Vollständigkeit halber noch ein viertes Ziel erwähnt werden, welches Lehrpersonen immer wieder einmal verfolgen: Der Einsatz von Rechen- bzw. Mathematikaufgaben im Unterricht als Disziplinierungs- und Selektionsinstrument. Dazu zwei Beispiele aus vielen, denen ich während der Entstehungszeit von *FKF* begegnet bin: „Fachrechnen wird vor allem zur Disziplinierung der Lernenden eingesetzt." (Antwort einer Lehrperson für Milchtechnologie auf die Frage zur Bedeutung des Fachrechnens) und „Jetzt haben wir kein Selektionsinstrument mehr." (Straßenbauer, nach einer Revision des Lehrplans, die dazu führte, dass nur noch Aufgaben/Situationen behandelt werden, wie sie auf der Baustelle auch tatsächlich vorkommen, und welche von den Lernenden typischerweise problemlos gemeistert werden).

Die ersten drei Ziele sind alles Ziele, die aus meiner Sicht ihre Berechtigung haben. Allerdings werden das zweite Ziel („Rucksack") und das dritte Ziel („Verständnis") auch an allgemeinbildenden Schulen verfolgt. Es dürften sich bei diesen Zielen im Rahmen der Berufsbildung dieselben didaktischen Fragen stellen wie auch im allgemeinbildenden Unterricht - auch wenn die behandelten Inhalte vielleicht verschieden sind.

Hingegen ist das erste Ziel („Handlungsfähigkeit") ein genuin berufsbildendes Ziel. Um die vorhandenen Ressourcen gezielt einzusetzen, hat *FKF* deshalb nur dieses Ziel vertieft verfolgt. Und entsprechend sind die folgenden Fragen relativ zum Ziel „Handlungsfähigkeit" zu verstehen.

2 Terminologie

Es ist nicht einfach, über das Handeln in „mathematikhaltigen" Situationen des beruflichen Alltags zu schreiben, ohne dass durch die Art der Beschreibung unüberprüfte theoretische Annahmen eingeschleust werden. „Mathematik anwenden" bspw. dürfte bei vielen Lesenden und Schreibenden das Bild heraufbeschwören, dass die anwendende Person über mathematische Konzepte verfügt, mit deren Hilfe sie einen Ausschnitt der Welt erfasst und so die sich stellende Aufgabe löst (beschrieben bspw. als *Modellieren*, Maaß 2005). Das ist eine starke Annahme über die Beziehung zwischen Konzepten und dem Handeln in realen Alltagssituationen, die kognitionspsychologisch keineswegs als gesichert gelten kann (für alternative Modelle bspw. Böhle & Porschen 2012; Gustafsson & Mouwitz 2010; Kaiser 2005b; Lakoff u. Núñez 2000; Sfard 2008).

Es würde zu weit führen, hier die Gründe für alternative Modelle zu diskutieren. Sie werfen aber die Frage auf, wie sich das Geschehen sinnvoll beschreiben lässt, wenn jemand im beruflichen Alltag ein Aufgabe bearbeitet, welche aus der Beobachterperspektive als „mathematikhaltig" beschrieben werden kann („Phänomen X"). Diese Frage muss eine begründete Didaktik des Mathematikunterrichts in der Berufsbildung explizit klären.

Die Diskussion dieser Frage wird dadurch erschwert, dass in Bezeichnungen wie „Alltagsmathematik" oder „Gebrauch von Mathematik" gedanklich immer schon „Mathematik" enthalten ist. Weniger vorbelastet wäre ein Begriff, welcher das Wort „Mathematik" ganz vermeidet. Versuche, entsprechende Begriffe zu prägen, wurden im Rahmen der Ethnomathematik schon verschiedene unternommen – geht es doch dort u.a. auch darum, Phänomene zu beschreiben, welche die Beteiligten keineswegs als „Mathematik" bezeichnen würden. Einer der bekannteren und am besten ausgearbeiteten Vorschläge stammt von Bishop (1988). Er beschreibt „six universal activities":

- Zählen (counting)
- Messen (measuring)
- Verorten (locating)
- Entwerfen (designing)
- Spielen (playing)
- Erklären (explaining).

Die ersten drei dieser Aktivitäten scheinen mir grundlegend. Ich werde daher im Folgenden für das „Phänomen X" („Jemand bearbeitet im Alltag eine Aufgabe, welche aus der Beobachterperspektive als ‚mathematikhaltig' beschreiben werden kann") das Kürzel *ZMV* (*Zählen-Messen-Verorten*) verwenden.

Damit soll nichts anderes erreicht werden, als gewisse Zusammenhänge besser diskutierbar zu machen. Zur Illustration eine Analogie aus dem sprachlichen Bereich: Dort kennt man die Unterscheidung zwischen Sprache und Linguistik. Diese Unterscheidung macht Aussagen wie „Sprachgebrauch ist Anwendung von Linguistik" zu einer – diskutierbaren – empirischen Behauptung.[1]

Setzt man in dieser Analogie ZMV der Sprache oder dem Sprachgebrauch gleich, dann ist das Anlog zur Linguistik auf der mathematischen Seite die (akademische) Mathematik als Disziplin, so wie sie vor allem an Hochschulen gelehrt und betrieben wird. Das Betreiben akademischer Mathematik als „Phänomen Y" soll im Folgenden kurz als *HM* (*Hochschulmathematik*) bezeichnet werden.

Davon abzugrenzen ist als ein drittes „Phänomen Z" jene Spielart von Mathematik, wie sie an allgemeinbildenden Schulen von der Primarschule bis zum Gymnasium betrieben wird (Fischer et al. 2009, Watson 2008) – im Folgenden kurz *SM* (*Schulmathematik*) genannt.

Es besteht nicht der Anspruch, dass *ZMV*, *SM* und *HM* so gefasst klar abgegrenzte und gut definierte Begriffe sind. Die Unterscheidung soll nur helfen, im Folgenden ein paar Fragen einfacher zu formulieren. Bei der Beantwortung der Fragen könnte sich dann durchaus zeigen, dass die getroffene Unterscheidung nicht zweckmäßig ist.

3 In welchem Verhältnis steht *ZMV* zu *SM* und *HM*?

Prinzipiell wäre denkbar, dass *ZMV* eine ganz andere Didaktik benötigt als bspw. eine *SM-Didaktik* oder gar eine *HM-Didaktik*. Ob oder wie weit dies der Fall ist, hängt davon ab, welche Beziehungen zwischen *ZMV, SM* und auch *HM* bestehen.

Eine Beziehung scheint mir unproblematisch zu sein. Fragt man jemanden: „Ändert sich die Anzahl Kinder in einer Klasse, wenn es anstatt 8 Mädchen und 13 Jungs umgekehrt 13 Mädchen und 8 Jungs sind?", dann kann man sicher das *HM-Konzept* „Kommutativität" für die Prognose nutzen, dass die Person mit hoher Wahrscheinlichkeit Nein sagen wird.

Unproblematisch ist diese Verwendung von *HM-Konzepten* zur Prognose von Verhalten allerdings nur, wenn man dies als eine analytische Beschreibung aus der Beobachterperspektive stehen lässt und nicht sofort darauf schließt, dass die Person zu dieser Antwort kommt, weil sie das Konzept der Kommutativität „anwendet". Andernfalls könnte es sein, dass man derselben Verwechslung von

[1] Eine ähnliche Parallele stellen Wittmann & Müller (1990) her: „Unser Konzept beruht nämlich darauf, dass es im Mathematikunterricht der Grundschule nicht um ‚Mathematik', sondern um die ganz elementare Zahlen- und Formensprache geht, ebenso wie es im Deutschunterricht nicht um ‚Germanistik', sondern um Sprache und Literatur geht." (S. 4)

Landkarte und Territorium unterliegt, wie wenn man folgert, dass Planeten Differentialgleichungen lösen, weil man ihre Bahn mit Hilfe von Differentialgleichungen voraussagen kann.

D.h. ob und in welcher Form jemand über *HM-Konzepte* und v.a. *SM-Konzepte* verfügen muss, um *ZMV* betreiben zu können, ist eine empirisch zu klärende Frage.

Unterschiedliche Klassen von Modellen des Zusammenspiels von *ZMV* und *SM-Konzepten* lassen sich unter anderem durch die von Dreyfus & Dreyfus (1987) getroffene Unterscheidung zwischen handlungsleitendem und reflexionsleitendem Einsatz von Konzepten gewinnen:

- ***Handlungsleitend***: Ein *handlungsleitendes Modell* des Zusammenspiels von *ZMV* und *HM/SM-Konzepten* nimmt an, dass beim *ZMV* die Resultate aus den entsprechenden mathematischen Konzepten abgeleitet, kalkuliert werden (Dreyfus & Dreyfus: *calculative rationality*). Die Reaktion „Es spielt keine Rolle" im obigen Beispiel würde somit durch die Anwendung des Konzepts der Kommutativität zustande kommen.

- ***Reflexionsleitend***: Umgekehrt geht man bei der Annahme eines *reflexionsleitenden Modells* des Zusammenspiels davon aus, dass man beim ZMV auf Grund von Prozessen, bei denen *HM/SM-Konzepte* nicht direkt involviert sind, zum Resultat gelangt (bspw. *mentale Simulation*, Greeno 1991, Johnson-Laird 1981). Die Konzepte nutzt man dann allenfalls anschliessend, um zur Sicherheit dieses Resultat zu überprüfen (Dreyfus & Dreyfus: *deliberative rationality*; Schön (1983): *reflection in action*).

Weitere Modelle des Zusammenspiels sind denkbar (*fachrechnen:*[Wissen gebrauchen] bzw. Kaiser 2005b) und sollten nicht von vorneherein aus der Diskussion ausgeschlossen werden.

FKF geht davon aus, dass das Zusammenspiel in der Regel nicht im engen Sinn *handlungsleitend* ist.

4 *ZMV* erlernen

4.1 Welche Lernprozesse laufen im Bereich *ZMV* ab und welche Rolle spielen dabei *SM-Konzepte*?

Welches Modell zur Beschreibung der Beziehung zwischen *ZMV* und *SM-Konzepten* sich als empirisch begründbar erweist, hat Folgen für mögliche Modelle des Erlernens von *ZMV*, die dann wieder Folgen für eine *ZMV-Didaktik* haben – ob spezifisch für die Berufsbildung oder auch allgemeiner gedacht. Passende Modelle von Lernprozessen wären bspw.:

- ***Lernmodell für eine Handlungsleitende Beziehung***: Zuerst werden die benötigten *SM-Konzepte* erlernt (auf unterschiedlichen Wegen). Dann lernt man, wie man diese Konzepte im jeweils benötigten Zusammenhang anwendet. Dieses Modell nutzen viele Laien und – zumindest in der Schweiz – auch viele Berufsschullehrpersonen als Grundmodell. Sie erwarten etwa, dass man lernt, was *Prozente* sind, und dass man anschliessend dieses Wissen in verschiedensten Zusammenhängen anwenden kann (Rabatte beim Einkaufen, Rückzahlung der Mehrwertsteuer, Steigungen im Gelände etc.). Hat man das benötigte *SM-Konzept* wirklich verstanden, sollten beim Anwenden eigentlich keine Schwierigkeiten auftreten. Und wenn doch, dann sind diese mit etwas Anstrengung und Konzentration zu überwinden.

- ***Lernmodell für eine Reflexionsleitende Beziehung***: Man macht mit einer bestimmten Aufgabe/Situation unterschiedliche Erfahrungen dazu, auf welchen Wegen sie sich lösen lassen und auf welchen Wegen man scheitert. Mit der Zeit kann man auf genügend Erfahrungen zurückgreifen, so dass man bei dieser Art Aufgabe/Situation kaum noch in Schwierigkeiten kommt. Unter Umständen spielen dabei *SM/HM-Konzepte* explizit gar keine Rolle (wie vielleicht im Beispiel oben die Kommutativität). Die SM/HM-Konzepte können aber auch helfen, Erfahrungen nützlich zu ordnen („Ja, da spielt *Kommutativität* wieder eine Rolle"), da Lernen aus Erfahrung nur möglich ist, wenn die Erfahrungen geeignet gruppiert werden. Und sie können helfen, Schlüsse, die aus der Erfahrung kommen, kritisch zu überprüfen (wie bspw. die Frage: „Spielt es für das Gesamtgewicht der Klasse eine Rolle, ob es 13 Mädchen und 8 Jungs sind oder 8 Mädchen und 13 Jungs?“. Reaktion aus Erfahrung: „Natürlich!“. Mögliche Reflexion: „Moment, aber da war doch das mit der *Kommutativität* – ach nein, das ist hier etwas anderes.“)

Weitere Modelle des Lernens im *ZMV* würden sich aus weiteren Modellen der Beziehung zwischen *ZMV* und *SM/HM-Konzepten* ergeben. Und auch für die hier skizzierten zwei Modelle der Beziehung sind weitere Modelle des Lernens denkbar.

Da *FKF* von einen Zusammenspiel zwischen *ZMV* und *SM/HM* in Form einer *Handlungsleitenden Beziehung* ausgeht, postuliert es beim Lernen ein komplexes Zusammenspiel von Konzepten und Erfahrungen – wie oben kurz skizziert (*frachrechnen:IML2* bzw. Kaiser 2005b).

4.2 Welche *SM/HM-Konzepte* müssen in welcher Form zur Verfügung stehen, um effizientes Lernen im Bereich *ZMV* zu ermöglichen?

Für jedes Lernmodell lassen sich Folgerungen dazu ableiten, welche *SM/HM-Konzepte* in welcher Form benötigt werden. Mögliche Überlegungen könnten sein:

- ***Handlungsleitende Beziehung***: Folgt man dem oben skizzierten Lernmodell, dann könnte man argumentieren, dass die im ersten Schritt zu erwerbenden Konzepte möglichst allgemein sein sollten, da sie dann breit eingesetzt werden können. *Proportionalität* ist so gesehen nützlicher als *Prozente*. Wie allgemein die Konzepte sein können, so dass die Anwendung im zweiten Schritt noch gelingt, ist eine empirische Frage. Egal auf welchem Abstraktionsniveau müssen *handlungsleitende* Konzepte zudem mit Handlungsanleitungen verbunden sein, bspw. in der Form: „Wenn du ein Prozentzeichen siehst, dann machst du am besten folgendes: …“ (*fachrechnen:Handlungsleitendes Wissen*).
- ***Reflexionsleitende Beziehung***: Hier könnte man vermuten (und das Vermutete dann auch empirisch absichern), dass gewisse Konzepte wie bspw. *Kommutativität* nicht benötigt werden, da sich die Erfahrungen in diesem Bereich auch ohne Hilfe durch das Konzept sinnvoll ordnen. Konzepte, die benötigt werden, um aus Erfahrung geborene Schlüsse kritisch zu überprüfen, müssen hier nicht im selben Sinn wie oben mit einer Handlungsanleitung verbunden sein. Kommt jemand auf die Idee, anstatt 5 + 20 umgekehrt 20 + 5 zu rechnen (weil das einfacher geht), dann genügt es, wenn das Konzept der *Kommutativität* als Erlaubnis „Ja, hier darfst du tauschen“ zur Verfügung steht – ohne Anleitung, wie man tauscht (*fachrechnen:Reflexionsleitendes Wissen*).

FKF geht davon aus, dass viele Konzepte, wenn überhaupt, in der Form von reflexionsleitendem Wissen und nicht in der Form von handlungsleitendem Wissen zur Verfügung stehen müssen.

4.3 Wie kann man Lernen im Bereich *ZMV* unterstützen?

Schliesslich ergeben sich aus dem Lernmodell Fragen bezüglich einer wirksamen *ZMV-Didaktik*. Auch hier ein paar Skizzen zu möglichen Überlegungen:

- ***Handlungsleitende Beziehung***: Hält man sich an das unter 4.1 skizzierte Lernmodell, gibt es im Extremfall gar nichts mehr zu tun. Die Lernenden haben die benötigten *SM/HM-Konzepte* gelernt. Und wenn das geklappt hat, dann können sie diese jetzt auch im *ZMV* anwenden. Sollte sich zeigen, dass das mit dem Anwenden nicht klappt, bedeutet das, dass die notwenigen *SM/HM-Konzepte* zu wenig gut gelernt wurden oder vergessen gegangen sind. Entsprechend müssen sie dann repetiert werden (*fachrechnen:Unterricht, Diagnose und Förderung*). Dies ist, wie schon erwähnt, das Modell vieler Laien und auch Berufsschullehrpersonen und spiegelt sich bspw. darin, dass – zumindest in der Schweiz – viele Berufsschulen gleich zu Beginn der Ausbildungen Repetitionskurse in Bruchrechnen, Prozentrechnen etc. anbieten.

- ***Reflexionsleitende Beziehung***: Beim unter 4.1 skizzierten Lernmodell stehen im Zentrum die Erfahrungen, welche die Lernenden mit ganz konkreten beruflichen Aufgaben/Situationen machen. Zentral ist deshalb, dass man ihnen zu diesen Erfahrungen verhilft, sie dabei unterstützt, auch positive Erfahrungen zu machen und dabei bei Bedarf Verbindungen zu *SM-Konzepten* herstellt, um diese Erfahrungen gewinnbringend zu reflektieren.

Es sind viele Mischformen denkbar. Werden *SM-Konzepte* als reflexionsleitende Konzepte benötigt, dann müssen sie genauso wie die handlungsleitenden Konzepte erlernt werden. Allerdings ist denkbar, dass die etwas andere Form und der etwas andere Einsatz reflexionsleitender Konzepte auch eine etwas andere Didaktik sinnvoll macht.

FKF geht davon aus, dass es die Hauptaufgabe der Lehrperson ist, den Lernenden zu nützlichen Erfahrungen mit ganz konkreten beruflichen Aufgaben/Situationen zu verhelfen. Hilfestellungen erfolgen dabei situationsbezogen. Wenn nötig werden Konzepte im Sinne situierter Abstraktionen (Hoyles & Noss 2004) eingeführt (*fachrechnen:Didaktisches Grundmodell*).

5 Zwischenbilanz: Der theoretische Hintergrund

Die bisher aufgeworfenen Fragen skizzieren die Umrisse einer Theorie des *ZMV* und lassen sich in zwei Blöcke einteilen:

A. Was spielt sich ab, wenn jemand erfolgreich *ZMV* Aufgaben/Situationen bewältigt? (Analog zu: Wie bleibt ein Planet auf seiner Bahn?)

B. Welche Rolle spielen dabei *SM* und *HM?* (Analog zu: Spielt für den Planeten das Lösen von Differentialgleichungen eine Rolle?)

Die folgenden Fragen betreffen nun das Vorhandensein und die Verbreitung von bestimmten Arten von *ZMV*. Sie können nur auf dem Hintergrund einer zumindest vorläufigen Antwort auf die theoretischen Fragen angegangen werden, denn ohne Vorstellung davon, was *ZMV* ist, ist es auch nicht möglich, danach zu suchen.

6 *ZMV* in den verschiedenen Berufen

Die bisherigen Fragen und Überlegungen bezogen sich ganz allgemein auf *ZMV*, egal ob dies im beruflichen oder allenfalls auch im privaten Alltag stattfindet. Will man allfällige Antworten auf diese Fragen für die Berufsbildung nutzbar machen, stellen sich weitere Fragen:

6.1 Was an *ZMV* findet im Alltag eines bestimmten (Ausbildungs-)Berufes statt?

Gezielt ausbilden kann man nur, wenn man weiss, was im beruflichen Alltag benötigt wird. Entsprechend braucht es für jeden Beruf ein Inventar des beruflichen *ZMV*. Bestehende Lehrmittel, Lehrpläne oder Prüfungen beruhen immer auf einem impliziten Modell des Bezugs zwischen *ZMV* und *SM-Konzepten*. Teilt man dieses Modell, kann man selbstverständlich diese Unterlagen als Ausgangspunkt nehmen (bspw. Stiftung Rechnen 2015). Bedingung ist nur, dass die Lehrmittel aktuell sind und nicht eine längst vergangene berufliche Praxis abbilden.

Die impliziten Modelle der meisten Lehrmittel dürften von einer *handlungsleitenden Beziehung* ausgehen, sind also nur dann direkt auswertbar, wenn man dieses Modell teilt. Geht man von einem anderen Modell aus, bleibt nichts anderes übrig, als sich durch Beobachtungen und Befragungen direkt vor Ort im jeweiligen beruflichen Alltag ein Bild zu machen (bspw. Basendowski 2013; Kaiser 2013b; Musch et al. 2009). Bei mehreren hundert Ausbildungsberufen sowohl in Deutschland wie auch in der Schweiz ist dies ein gewaltiges Unterfangen, so dass es sich auf jeden Fall lohnen dürfte, die theoretische Vorarbeit gründlich zu machen, um zu klären, wonach man suchen will.

FKF versucht in diesem Zusammenhang die Tatsache zu nutzen, dass in der dualen Berufsbildung die Lernenden zwischen den Schultagen oder Schulblöcken im Betrieb sind und dort Erfahrungen machen. Diese Erfahrungen lassen sich der Schule bearbeiten, was unter anderem auch der Lehrperson hilft, ständig mit den neusten Entwicklungen im betrieblichen Alltag in Verbindung zu bleiben (*fachrechnen:*Die Lernenden als Quelle von Aufgaben).

6.2 Wie lässt sich das beobachtete *ZMV* didaktisch nutzbar gruppieren?

Das Geschehen im beruflichen Alltag ist vielfältig und im Grunde genommen ist jede *ZMV-Aufgabe/Situation* einzigartig, da sich die genau gleichen Umstände nie wiederholen. Ein effizienter Unterricht in der Berufsbildung ist aber nur möglich, wenn sich die beobachteten *ZMV-Aufgaben/Situationen* zu einer überschaubaren Menge von Gruppen zusammenfassen lassen, so dass alle Aufgaben/Situationen einer Gruppe gleichzeitig bearbeitet werden können.

Geht man von einem handlungsleitenden Modell der Beziehung zwischen *ZMV* und *SM-Konzepten* aus, dann ist es naheliegend, diejenigen Aufgaben/Situationen zusammenzunehmen, bei der es um die Anwendung derselben *SM-Konzepte* geht. Viele Lehrmittel, welche in der Berufsbildung Verwendung finden, sind mit Kapitel wie „Flächenberechnungen“, „Volumenberechnungen“ etc. nach diesem Prinzip aufgebaut.

Aber auch in diesem Fall stellt sich die empirische Frage, welche Aufgaben/Situationen in einer Gruppe zusammengefasst werden können, so dass die Lernenden wirklich die Aufgaben/Situationen innerhalb der Gruppe als gleiche wahrnehmen und darum auch gleich behandeln können. Ist für sie bspw. das Anwenden des *SM-Konzepts* „Prozente“ auf die Aufgabe/Situation „Rabatte beim Einkaufen“ dasselbe wie auf die Aufgabe/Situation „Steigung einer Straße“?

Geht man hingen nicht von einer *handlungsleitenden Beziehung* zwischen *ZMV* und *SM-Konzepten* aus, dann sind die möglichen Antworten auf die Frage nach didaktisch nutzbaren Gruppierungen vielfältiger und müssen sorgfältig empirisch geklärt werden.

FKF arbeitet mit dem Konzept der *Situation* und geht davon aus, dass das, was Berufspersonen in ihrem jeweiligen Berufsalltag als dieselbe Situation erleben, für sie auch rechnerisch/mathematisch dieselbe Situation/Aufgabe mit vergleichbaren Anforderungen darstellt (*fachrechnen:*Berechnungssituationen und *fachrechnen:*Beispiele/Berufe, auch Kaiser 2005a).

6.3 Welche *SM-Konzepte* sind dabei von Bedeutung?

Für den Unterricht im Rahmen der Berufsbildung muss weiter bekannt sein, welche *SM-Konzepte* benötigt werden, um das entsprechende *ZMV-Lernen* zu unterstützen. Die Antwort hängt von allen bisherigen Antworten ab. Ist das erarbeitet theoretische Modell nicht vom Typ *handlungsleitende Beziehung*, dann könnte im Extremfall die Liste der benötigten *SM-Konzepte* auch leer sein.

Im Rahmen von *FKF* war es nicht möglich, dazu systematische Untersuchungen über mehrere Berufe hinweg durchzuführen. Praktisch in allen Berufen dürfte aber Folgendes von Bedeutung sein: Das Lesen von Wertetabellen und Graphiken; die Nutzung von proportionalen Zusammenhängen; sowie das Arbeiten mit Angaben relativ zu einer Bezugsgrösse (ausgedrückt in %) (*fachrechnen:*Wünsche an die Sekundarstufe I).

7 Die Schnittstelle zwischen obligatorischer Schulzeit und Berufsbildung

Sowohl in Deutschland als auch in der Schweiz wählen die Mehrheit der Lernenden nach Abschluss der obligatorischen Schulzeit den berufsbildenden Weg (Kaiser et al. 2014). Von Seiten der Berufsbildung wird erwartet, dass die ersten neun Schuljahre auch diese Lernenden auf ihren weiteren Bildungsweg entsprechend vorbereitet. Damit das sinnvoll möglich ist, müssten folgende Fragen geklärt werden.

7.1 Was sollten die Lernenden aus der obligatorischen Schulzeit an *SM* mitbringen?

Will man im Rahmen einer Arbeitsteilung den Aufbau der notwendigen *SM-Konzepte* als Aufgabe so weit wie möglich der allgemeinbildenden Schule vor Eintritt in die Berufsbildung zuweisen, dann ist die Antwort auf die Frage 6.3 auch für diese Schnittstelle relevant. Als ein Versuch in diese Richtung könnte man die Liste der Basiskompetenzen von Drüke-Noe et al. (2011) sehen.

Mit der (meist impliziten) Zugrundlegung einer *handlungsleitenden Beziehung* zwischen *ZMV* und *SM-Konzepten* und unter der Annahme, dass das, was man über die Analyse der Lehrbücher und die Befragung von Ausbildungspersonen über *ZMV* im Beruf erfährt, verlässlich ist, liegen dazu bereits für verschiedene Berufe Resultate vor (bspw. Stiftung Rechnen 2015), aber auch kritische Reflexionen des Beobachteten (bspw. Geissel et al. 2013).

Mit einem anderen Modell bzw. Kompetenzverständnis im Hintergrund – welches er als „Mathematik gebrauchen“ (*ZMV*) von „Mathematik anwenden“ (*SM*) abgrenzt – hat Basendowski (2013) für einige Berufe eine Zusammenstellung gemacht.

Wie oben schon festgehalten (vgl. 6.3), war es im Rahmen von *FKF* nicht möglich, eine systematische, begründete Liste zusammenzustellen. *FKF* geht aber davon aus, dass die Analyse von Lehrmitteln auf Stufe Berufsbildung wenig aussagekräftig ist, da diese Lehrmittel oft nur schulische Traditionen widerspiegeln und mit den echten Anforderungen des beruflichen Alltags wenig zu tun haben. Die bereits oben erwähnte kurze Liste von Konzepten/Kompetenzen wäre aus Sicht der bisherigen Erfahrungen aber ein guter Ausgangspunkt (*fachrechnen:Wünsche an die Sekundarstufe I*):

- Das Lesen von Wertetabellen und Graphiken
- Nutzung von proportionalen Zusammenhängen
- Mit Angaben relativ zu einer Bezugsgrösse ausgedrückt in % arbeiten

7.2 Was sollten die Lernenden aus der obligatorischen Schulzeit an *ZMV* mitbringen?

Unabhängig davon, ob man von einem Modell im Sinne einer *handlungsleitenden* oder einer *reflexionsleitenden Beziehung* ausgeht, wäre es sicher von Vorteil, wenn die Lernenden bereits in der obligatorischen Schulzeit mit dem Aufbau von *ZMV* für einzelne Situationen/Aufgaben Erfahrungen gesammelt und den dabei ablaufenden Lernprozess reflektiert hätten. Dann könnten sie im Rahmen der Berufsbildung beim Erwerb von *ZMV* für beliebige andere Situationen zumindest auf diese Lernerfahrung zurückgreifen. Dies würde ihnen erleichtert, wenn in der obligatorischen Schulzeit und in der Berufsbildung für den Aufbau von *ZMV* dieselbe *ZMV-Didaktik* zur Anwendung käme.

FKF geht davon aus, dass sich solche Erfahrungen im Sinne eines „horizontalen Transfers“ nutzen lassen (*fachrechnen:horizontaler Transfer*, auch Kaiser 2011). Damit dies möglich ist, ist einerseits wichtig, dass die Lernenden bereits *ZMV* mitbringen. Bspw. könnte es nützlich sein, wenn sie bereits mit Rabatten beim Einkaufen umgehen können, denn diese Situation tritt in verschiedensten Berufen ähnlich wie im privaten Alltag auf und könnte im Rahmen der Berufsbildung relativ einfach weiterentwickelt werden. Andererseits wäre es vorteilhaft, die Lernenden hätten auch schon erlebt, wie sich solches *ZMV* im Sinne eines horizontalen Transfers auf andere Situationen übertragen lässt und hätten dabei erfahren, dass sie dazu zwar in der Lage sind, dass aber jeweils einiges an Neulernen notwendig ist.

7.3 Was davon lässt sich alles im Rahmen der obligatorischen Schulzeit tatsächlich erreichen?

Die Listen als Antworten auf die beiden vorangegangenen Fragen sind Wunschlisten. Aber wünschen kann man Vieles und es ist keineswegs sicher, ob sich das, was in solchen Listen (wie sie auch etwa die KMK Kompetenzen in Deutschland oder der Lehrplan 21 in der Schweiz darstellen) gefordert wird, im Rahmen der obligatorischen Schulzeit mit realen Lernenden und realen Lehrpersonen überhaupt erreichen lässt. Es gab in der Menschheitsgeschichte bisher noch keinen Zeitpunkt, in dem auch nur annähernd die gesamte erwachsene Bevölkerung *Prozentrechnen* oder *Bruchrechnen* oder *Modellieren* konnte. Das heisst: Empirische Belege dafür, dass solche Ziele flächendeckend erreichbar sind, fehlen.

Es ist zu erwarten, dass sich aus Untersuchungen in diesem Bereich zweierlei Einschränkungen dahingehend ergeben, wie weit die obligatorische Schule allfälligen Wünschen der Berufsbildung entgegenkommen kann:

- **Relativ:** Mit der zur Verfügung stehenden Zeit und Ressourcen und in Konkurrenz zu anderen Zielen – Ziele des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts, aber auch andere Ziele der obligatorischen Schule – lässt sich nicht alles erreichen, was wünschbar wäre. Es müssen Prioritäten gesetzt werden.
- **Absolut:** Gewisse Ziele sind auch mit grösstem Aufwand mit real existierenden Lernenden nicht erreichbar, da das menschliche kognitive System seine Grenzen hat. Stellt sich bspw. heraus, dass *ZMV* nicht nach einem Modell vom Typ *handlungsleitende Beziehung* abläuft, dann ist es grundsätzlich nicht möglich, 90% der Lernenden so weit zu bringen, dass sie, wie von vielen Lehrpersonen gewünscht, „Prozente beherrschen" und in der Berufsbildung unproblematisch auf neue Situationen anwenden können. Dies würde bedeuten, dass die Berufsbildung lernen müsste, konstruktiv mit solch absoluten Beschränkungen umzugehen.

FKF geht davon aus, dass die nun schon seit mehr als hundert Jahren anhaltende Klage darüber, dass die Lernenden beim Eintritt in die Berufsbildung „nicht mehr rechnen können" (für einen historischen Rückblick siehe Lörcher 1985; neuere Untersuchungen bspw. Ivanov & Lehmann 2005, Eckstein 2016 und viele andere mehr), ein Indikator dafür ist, dass die *handlungsleitende Beziehung* als Modell versagt und dass die mit diesem Modell verbundenen Ziele nicht erreichbar sind (*fachrechnen:Wissensaufbau von den Füssen her*). *FKF* arbeitet daher, wie bereits skizziert, auf der Basis situierter *ZMV-Kompetenzen* (*fachrechnen:Situierte Kompetenzen , Didaktisches Grundmodell und Horizontaler Transfer)*. Die Erfahrungen sind dabei bisher sehr positiv, d.h. die Lernenden scheinen weitgehend die dazu notwendigen Voraussetzungen mitzubringen (*fachrechnen:Eintrittstest und situiertes Lernen* und *Beispiele zu den Acht Schritten*), d.h. es scheint möglich zu sein, im Rahmen der obligatorischen Schulzeit die Bedürfnisse der Berufsbildung weitgehend zu befriedigen.

7.4 Ist eine Gewichtung der Wünsche der Berufsbildung möglich?

Handelt es bei den Grenzen des in der obligatorischen Schulzeit Erreichbaren um relative Beschränkungen, wäre es nützlich, man könnte die Wünsche der Berufsbildung danach gewichten, wie viele Lernende davon profitieren würden.

Geht man von einem Modell vom Typ *handlungsleitende Beziehung* aus, sollte dies möglich sein: *Prozentangaben* bspw. spielen im Arbeitsalltag sehr vieler, wenn nicht sogar aller Berufe eine Rolle; *Winkelhalbierende* treten im Gegensatz dazu deutlich weniger häufig auf. Muss eine Entscheidung gefällt werden, wäre aus der Sicht der Berufsbildung also zweckmäßiger, die Lernenden würden nach der obligatorischen Schulzeit über das Konzept *Prozente* verfügen. *Winkelhalbierende* würden dann in den Berufen, für welche sie tatsächlich gebraucht werden, erst im Rahmen der Berufsbildung eingeführt.

Mit anderen Modellen im Hintergrund dürften solche Überlegungen ebenfalls möglich sein, auch wenn sie vermutlich etwas weniger gradlinig ausfallen.

Wie bereits erwähnt, war es im Rahmen von *FKF* bisher nicht möglich, hier systematisch Untersuchungen über alle mehr als 200 Ausbildungsberufe der beruflichen Grundbildung in der Schweiz zu machen. Die kurze Liste in Abschnitt 7.1 ist ein erster, aber noch nicht besonders gut fundierter Versuch einer solchen Gewichtung (*fachrechnen:Wünsche an die Sekundarstufe I*).

7.5 Was bringen die Lernenden zurzeit vom Gewünschten aus der obligatorischen Schulzeit mit?

Ist geklärt, was die obligatorische Schulzeit realistischerweise den Lernenden für den Eintritt in die Berufsbildung mitgeben kann, lässt sich als nächster Schritt abklären, inwiefern diese Ziele erreicht werden und wo allenfalls Handlungsbedarf auf Ebene der obligatorischen Schulzeit besteht.

Hinterlegt man ein Modell vom Typ *handlungsleitende Beziehung* und geht man davon aus, dass die den jeweiligen Untersuchungen zugrunde liegenden Wunschlisten tatsächlich dem entsprechen, was realistischerweise erreicht werden kann, finden sich dazu verschiedene Untersuchungen (bspw. Ivanov & Lehmann 2005, Eckstein 2016). All diesen Untersuchungen ist gemeinsam, dass sie zum Schluss gelangen, dass die Lernenden bei weitem nicht das mitbringen, was sie mitbringen sollten, dass also die obligatorische Schulzeit in dieser Hinsicht versagt.

Geht man von anderen Modellen aus, gibt es zumindest anekdotische Evidenz, bei der sich zeigt, dass die Lernenden sehr wohl ausreichendes Vorwissen mitbringen (vgl. all die positiv überraschten Lehrpersonen unter *fachrechnen:Beispiele zu den Acht Schritten*). Eine Pilotstudie kommt zu demselben Resultat (*fachrechnen:Eintrittstest und situiertes Lernen bzw.* Kaiser 2016; Wüthrich 2015).

FKF ermuntert deshalb Lehrpersonen an Berufsfachschulen, grundsätzlich einmal optimistisch zu sein und anzunehmen, dass ihre Lernenden mitbringen, was benötigt wird. Auftretende Probleme werden als ganz normale Schwierigkeiten interpretiert, die sich ergeben, wenn man *ZMV-Kompetenzen,* erworben in einem bestimmten Kontext, in einen anderen Kontext übertragen möchte (*fachrechnen:Didaktisches Grundmodell* bzw. Kaiser 2013a, 2015a und *fachrechnen:horizontaler Transfer* bzw. Kaiser 2011).

8 Woher kommt das aktuelle Unbehagen?

Wie schon mehrfach erwähnt, beklagen sich viele Lehrpersonen, dass Lernende, welche in die Berufsbildung eintreten, nicht (oder zumindest weniger als früher) rechnen können (dazu bereits Bardy et al. 1985). Und wie die Diskussionen in Weiterbildungskursen zeigen, empfinden viele Lehrpersonen in der Schweiz die Behandlung rechnerisch/mathematischer Inhalte im Berufsschulunterricht als schwierig und belastend. Das Thema ist in den Medien präsent und in regelmäßigen Abständen kommen Untersuchungen zum Schluss, dass Lernende beim Eintritt in die Berufsbildung zu wenig „Mathematik“ können (bspw. Eckstein 2016; Ivanov & Lehmann 2005). Oft wird dies nicht weiter kritisch reflektiert, wenn sich auch andere Stimmen finden (bspw. Nickolaus et al. 2015; Retelsdorf et al. 2013; Basendowski 2013).

Sind die vorangegangenen Fragen beantwortet, sollte es auch möglich sein, die Ursache des Unbehagens zu lokalisieren und dem Unbehagen entgegenzuwirken. Mögliche Antworten, welche sich aus dem bislang Dargestellten ergeben, könnten sein:

A. Die Lernziele der obligatorischen Schulzeit sind die richtigen; aus irgendwelchen Gründen erreichen aber viele Lernende diese Ziele nicht, obwohl sie erreichbar wären.

B. Die Lernziele der obligatorischen Schulzeit sind aus Sicht der Berufsbildung falsch gewählt; die Lernenden lernen das Falsche.

C. Die Erwartungen der Berufsbildung an die obligatorische Schulbildung sind überrissen. Die obligatorische Schule kann die erwünschten Ziele gar nicht erreichen.

D. Die Didaktik, welche die Lehrpersonen in der Berufsbildung einsetzen, ist nicht in der Lage, auf dem vorhandenen Vorwissen der Lernenden aufzubauen und das vorhandene Wissen wird dadurch systematisch unterschätzt.

FKF ging nur schon aus pragmatischen Gründen von Anfang an von C oder D aus, denn unter dieser Annahme ergeben sich für Lehrpersonen der Berufsbildung die interessantesten Entwicklungsmöglichkeiten. Auf Grund der Erfolge mit *FKF* ist aus dieser versuchsweisen Annahme unterdessen die feste Überzeugung geworden, **dass D** zutrifft.

9 Die Fragen im Überblick

Hier nochmals die Fragen bzw. die Forschungsagenda im Überblick – jeweils mit den Antworten, welche *FKF* dazu vorschlägt:

Frage	Die (vorläufige) Antwort aus *FKF* Sicht
Welche Ziele sollen im Zusammenhang mit der Behandlung mathematischer Inhalte im Rahmen der beruflichen Erstausbildung erreicht werden?	*FKF* legt den Fokus auf „Handlungsfähigkeit“, bestreitet aber nicht die Berechtigung anderer Ziele wie „Rucksack“ und „Verständnis“
In welchem Verhältnis steht *ZMV* zur *HM* und zu *SM*?	*FKF* nimmt eine relativ komplexe Beziehung an, die sich deutlich von einer im engeren Sinn *handlungsleitenden Beziehung* unterscheidet.
Welche Lernprozesse laufen im Bereich *ZMV* ab und welche Rolle spielt dabei *SM*?	Zentral sind Erfahrungen mit konkreten Gebrauchssituationen. *SM*-Konzepte können dabei verschiedene Rollen spielen.
Wie viel *SM* muss in welcher Form zur Verfügung stehen, um effizientes Lernen im Bereich *ZMV* zu ermöglichen?	Tendenziell benötigen die Lernenden (wenn überhaupt) eher *reflexionsleitende* als *handlungsleitende SM-Konzepte*.
Wie kann man Lernen im Bereich *ZMV* unterstützen?	Zentral sind für die Lernenden Erfahrungen mit realen beruflichen Situationen/Aufgaben. Hilfestellungen erfolgen in diesem Zusammenhang situationsbezogen.
Was an *ZMV* findet in Alltag eines bestimmten (Ausbildungs-)Berufes statt?	Die Lehrpersonen können diese Frage direkt im Unterricht mit Hilfe der Lernenden angehen.
Wie lässt sich das beobachtete *ZMV* didaktisch nutzbar gruppieren?	FKF arbeitet mit der *beruflichen Handlungssituation* als Einheit.
Welche *SM-Konzepte* sind dabei wirklich von Bedeutung?	Relativ sicher benötigen alle Lernenden folgende Kompetenzen/Konzepte: • Das Lesen von Wertetabellen und Graphiken. • Die Nutzung von proportionalen Zusammenhängen. • Das Arbeiten mit Angaben relativ zu einer Bezugsgrösse (ausgedrückt in %).
Was sollten die Lernenden aus der obligatorischen Schulzeit an *SM* mitbringen?	siehe oben
Was sollten die Lernenden aus der obligatorischen Schulzeit an *ZMV* mitbringen?	Ein gutes Fundament wäre die reflektierte Erfahrung, dass die Lernenden Zahlen sicher zur Bewältigung realer Situationen/Aufgaben nutzen können.

Frage	Die (vorläufige) Antwort aus *FKF* Sicht
Was davon lässt sich alles im Rahmen der obligatorischen Schulzeit tatsächlich erreichen?	Was benötigt wird, scheint erreichbar zu sein.
Ist eine Gewichtung der Wünsche der Berufsbildung möglich?	Da keine wirklich verlässliche Erhebung der Bedürfnisse aller Ausbildungsberufe vorliegt, lässt sich dazu momentan noch nichts sagen.
Was bringen die Lernenden zurzeit vom Gewünschten aus der obligatorischen Schulzeit mit?	In den meisten Fällen bringen die Lernenden alles mit, was es braucht – ausser vielleicht das notwendige Selbstvertrauen, das Vorhandene auch zu nutzen.
Woher kommt das aktuelle Unbehagen?	Hauptursache ist das Modell einer (simplen) *handlungsleitenden Beziehung,* das im Kopf vieler Beteiligter unerfüllbare Erwartungen weckt.

10 Literatur

Bardy, P., Blum, W., & Braun, H.-G. (Hrsg.). (1985). Mathematik in der Berufsschule. Analysen und Vorschläge zum Fachrechenunterricht. Essen: Girardet.

Basendowski, S. (2013). Die soziale Frage an (mathematische) Grundbildung: eine empirische Studie zu dem Wesen, der Funktion und der Relevanz mathematischer Kompetenzen in einfachen Erwerbstätigkeiten sowie Analysen für didaktische Implikationen. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt Verlag.

Bishop, A. J. (1988). Mathematical Enculturation: a cultural perspective on Mathematics Education. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Böhle, F., & Porschen, S. (2012). Verwissenschaftlichung und Erfahrungswissen. Zur Entgrenzung, neuen Grenzziehungen und Grenzüberschreitungen gesellschaftlich anerkannten Wissens. In U. Wengenroth (Hrsg.), Grenzen des Wissens - Wissen um Grenzen (S. 154-192). Weilerswist: Velbrück.

Dreyfus, H. L., & Dreyfus, S. E. (1987). From Socrates to Expert Systems: The Limits of Calculative Rationality. In P. Rabinow & W. SM. Sullivan (eds.), Interpretive Social Science: A Second Look (pp. 327-350). Berkeley, CA: University of California Press.

Drüke-Noe, C., Möller, G., Pallack, A., Schmidt, S., Schmidt, U., Sommer, N., & Wynands, A. (2011). Basiskompetenzen Mathematik für den Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht. Berlin: Cornelsen.

Eckstein, B. (2016). Rechnen mit Brüchen und Dezimalzahlen vor dem Beginn einer Berufsausbildung. Lernen und Lernstörungen, 5(3), 189-195.

Fischer, A., Heinze, A., & Wagner, D. (2009). Mathematiklernen in der Schule - Mathematiklernen an der Hochschule: die Schwierigkeiten von Lernenden beim Übergang ins Studium. In A. Heinze & M. Grüßing (Eds.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht* (pp. 245-264). Münster / New York / München / Berlin: Waxmann

Geissel, B., Nickolaus, R., Ştefănică, F., Härtig, H., & Neumann, K. (2013). Die Relevanz mathematischer und naturwissenschaftlicher Kompetenzen für die fachliche Kompetenzentwicklung in gewerblich-technischen Berufen. In R. Nickolaus, J. Retelsdorf, E. Winther & O. Köller (Hrsg.), Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung (S. 39-66).

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. Journal for Research in Mathematics Education, 22, 170-218.

Gustafsson, L., & Mouwitz, L. (2010). Mathematical modelling and tacit rationality — two intertwining kinds of professional knowledge. In A. Araújo, A. Fernandes, A. Azevedo & J. F. Rodrigues (Eds.), *Proceedings of the EIMI 2010 (educational interfaces between mathematics and industry)* (pp. 253-268). Lisbon, Portugal.

Hoyles, C., & Noss, R. (2004). *Situated abstraction: mathematical understandings at the boundary.* Paper presented at the ICME-10, Copenhagen.

Ivanov, S., & Lehmann, R. H. (2005). Mathematische Grundqualifikationen zu Beginn der beruflichen Ausbildung. bwp@(8).
http://www.bwpat.de/ausgabe8/ivanov_lehmann_bwpat8.pdf
Gesehen 25.07.2016

Johnson-Laird, P. N. (1981). Mental models in cognitive science. In D. A. Norman (ed.), Perspectives on cognitive science (pp. 147-192). Norwood N. J.: Ablex.

Kaiser, H. (2005a). Wirksame Ausbildungen entwerfen - Das Modell der Konkreten Kompetenzen. Bern: h.e.p. verlag.

Kaiser, H. (2005b). Wirksames Wissen aufbauen - ein integrierendes Modell des Lernens. Bern: h.e.p. verlag.

Kaiser, H. (2011). Vorbereiten auf das Prozentrechnen im Beruf. Praxis der Mathematik in der Schule, 53(41), 37-44.

Kaiser, H. (2013a). Ansätze für eine berufsbildungsspezifische Didaktik des Fachrechnens. bwp@ (24)
http://www.bwpat.de/ausgabe24/kaiser_bwpat24.pdf
Gesehen 25.07.2016

Kaiser, H. (2013b). How to find out what kind of numeracy is required for a certain workplace? Three case studies. Paper presented at the 3rd Congress on Research in Vocational Education and Training, SFIVET, Bern/Zollikofen.

Kaiser, H. (2015a). Coordinating learning inside and outside the classroom in Vocational Education and Training. In A. Hector-Mason & S. Beeli-Zimmermann (eds.), Adults learning mathematics - inside and outside the classroom. Proceedings of the 21st International Conference of Adult Learning Mathematics: A research forum (ALM) (pp. 19-27). Bern: University of Bern, Bern Open Publishing (BOP).

Kaiser, H. (2015b). Fachrechnen. Vom Kopf auf die Füsse gestellt. Bern: h.e.p. verlag.

Kaiser, H. (2016). Mit Lernenden die rechnerisch/mathematische Bewältigung von beruflichen Alltagssituationen erarbeiten. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2016. Münster: WTM-Verlag.

Kaiser, H., Schelldorfer, R., & Winter, K. (2014). Mathematik fürs Leben – Von der Schule zum Beruf. Praxis der Mathematik in der Schule, 57, 2-9.

Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being. New York: Basic Books.

Lörcher, G. A. (1985). Mathematische Vorkenntnisse der Berufsschüler. In P. Bardy, W. Blum & H.-G. Braun (Eds.), *Mathematik in der Berufsschule. Analysen und Vorschläge zum Fachrechenunterricht* (pp. 26-36). Essen: Girardet.

Maaß, K. (2005). Modellieren im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-didaktik, 26*(2), 114-142.

Musch, SM., Rach, S., & Heinze, A. (2009). Zum Spannungsverhältnis zwischen mathematischen Anforderungen im Schulunterricht und im Berufsleben. In A. Heinze & SM. Grüssling (Hrsg.), Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium (pp. 217-227). Münster: Waxmann.

Nickolaus, R., Maier, A., Nitzschke, A., Schnitzle, A., Velten, S., & Dietzen, A. (2015). Zur Relevanz mathematischer Kompetenzen für die Entwicklung berufsfachlicher Kompetenzen bei Auszubildenden der Mechatronik und Fachinformatik. Unterrichtswissenschaft, 43(3), 263-281.

Retelsdorf, J., Lindner, C., Nickolaus, R., Winther, E., & Köller, O. (2013). Forschungsdesiderate und Perspektiven - Ausblick auf ein Projekt zur Untersuchung mathematisch-naturwissenschaftlicher Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung (MANKOBE). In R. Nickolaus, J. Retelsdorf, E. Winther & O. Köller (Hrsg.), Mathematisch-naturwissenschaftliche Kompetenzen in der beruflichen Erstausbildung (S. 227-234).

Schön, D. A. (1983). The reflective practitioner: how professionals think in action. New York: Basic Books.

Sfard, A. (2008). Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing. Cambridge: Cambridge University Press.

Stiftung Rechnen (Hrsg.). (2015). Mathe4Job. Münster: WTM.

Watson, A. (2008). School mathematics as a special kind of mathematics. Paper presented at the ICMI Symposium Rome.

Wittmann, E. CH. & Müller, G. N. (1990) Handbuch produktiver Rechenübungen, Bd. 1, Vom Einspluseins zum Einmaleins. Klett, Stuttgart, 2. Aufl.

Wüthrich, R. (2015). Lernende mit Schwächen in Rechnen/Mathematik in der zweijährigen Grundbildung – Können durch die Arbeit mit realen Alltagssituationen mathematische Defizite behoben werden? Masterarbeit, Technische Universität Kaiserslautern, Kaiserslautern.