Mathematik im Lehrplan 21 aus Sicht der Berufsbildung

Hansruedi Kaiser Oktober 2013

Die ersten drei Punkte beziehen sich auf Merkmale des Lehrplan 21, die man auch ausserhalb der Fachbereichs Mathematik findet. Die restlichen Punkte betreffen dann nur die Mathematik ganz spezifisch.

Entwurf, bitte nicht zitieren! Die offizielle Stellungnahme des EHB findet man unter http://www.ehb-schweiz.ch/de/aktuell/mitteilungen/Seiten/StellungnahmeLehrplan21.aspx

1 Verwertbarkeit für die Anschlussstufe

In der Einleitung zum Lehrplan 21 wird festgehalten: „Abnehmer auf der Sekundarstufe II können dem Lehrplan 21 folgende Informationen zu den Anforderungsniveaus entnehmen: Jugendliche, die nach Abschluss der obligatorischen Schulzeit eine Berufslehre beginnen, erreichen in allen Fachbereichen mindestens die Kompetenzstufen, die als Mindestanspruch des 3. Zyklus bezeichnet sind. Dementsprechend wird der Unterricht an den Berufsfachschulen in der Regel an diese Kompetenzstufen anschliessen.“ (Einleitung, S. 9)

Dieser Versuch, Informationen für die *berufliche Grundbildung* (ersetzt seit 2003 den Begriff der Lehre) bereitzustellen, ist sehr zu begrüssen, da griffige Angaben dazu bisher fehlten.

Die Frage ist allerdings, ob das gewählte Format diese Funktion übernehmen kann. Wir sehen zumindest drei Probleme:

1.1 Fehlende Angaben zum Mindestanspruch

Bei etlichen Kompetenzen fehlen beim dritten Zyklus Angaben zum Mindestanspruch. Im Fach Mathematik ist dies beispielsweise bei 8 von 34 Kompetenzen, also bei knapp 25% der Fall. Es ist unklar, wo der Unterricht in der Berufsfachschule in diesen Fällen „anschliessen“ soll.

Es fehlt auch eine allgemeine Erläuterung dazu, wie das Fehlen von Angaben zum Mindestanspruch zu verstehen ist. Irrtum vorbehalten, findet sich nur im Fach NMG die Bemerkung: „In einzelnen, ausgewählten Kompetenzen sind keine Orientierungspunkte und/oder Mindestansprüche bezeichnet. Dies kommt immer dann vor, wenn die Erreichung einer Kompetenzstufe schwer einem bestimmten Zeitpunkt zuzuordnen ist.“ Dieser kurze Kommentar löst das Problem nicht, wo denn nun anzuschliessen sei.

Unserer Meinung nach bringt der Lehrplan 21 für die anschliessende Berufsbildung erst Nutzen, wenn entweder alle Kompetenzen Angaben zum Mindestanspruch im dritten Zyklus enthalten oder ein Hinweis an der entsprechenden Stelle in der Einleitung („Übergang …“ S. 9) eingefügt wird, wie das Fehlen praktisch interpretiert werden soll.

1.2 Vielzahl von Kompetenzen

Wie schon erwähnt, findet man beispielsweise im Fach Mathematik 34 Kompetenzen und insgesamt 517(!) mal steht: „Die Schülerinnen und Schüler können …“. Im Teilbereich NT allein sind es 36(!) Kompetenzen. etc. Aus unserer Erfahrung mit Lehrplänen würden wir generell bezweifeln, dass diese Menge für einzelne Lehrpersonen handhabbar ist.

Für eine Lehrperson an einer Berufsfachschule, welche sich informieren möchte, wo sie anschliessen kann, ist diese Menge aber eindeutig nicht bewältigbar. Die typische Lehrperson an der Berufsfachschule deckt, ähnlich wie eine Lehrperson in der Primarschule, eine Vielzahl von „Fächern“ ab. Allein für den Bereich Mathematik müsste diese Person 34 Tabellen durcharbeiten, für NT 36 etc. Und dabei kann sie sich nicht damit begnügen, einfach die entsprechend hervorgehobene Kompetenzstufe zur Kenntnis zu nehmen, sondern muss sich mit zusätzlich mit allen vorangehenden Stufen auseinandersetzen, da sie „zum Mindestanspruch gehören, und dieser nur dann erreicht ist, wenn auch die Kompetenzstufen vor dem Mindestanspruch erfüllt werden“ (Einleitung, S. 7). Diese Arbeit ist nicht zu leisten.

Unserer Meinung nach sind die für die anschliessenden Berufsfachschulen relevanten Informationen nur erschliessbar, wenn zumindest eine zusätzliche, verdichtete Darstellung der für den Anschluss relevanten Angaben geschaffen wird.

1.3 Offener Rahmen

Der Lehrplan 21 ist kein Lehrplan im eigentlichen Sinn, sondern ein Rahmenlehrplan, aus dem heraus die einzelnen Kantone dann ihre Lehrpläne konkretisieren werden. In den *Rahmeninformationen* wird dazu unter anderem explizit erwähnt, dass dabei „auch nötig und sinnvoll erscheinende Anpassungen vorgenommen werden“ können und dass auf jeden Fall „die Festlegung der Stundentafeln“, „die Bestimmung der Wahlpflicht- und Wahlfächer“ sowie „die Festlegung unterschiedlicher Leistungsanforderungen für die Niveaus der Sekundarstufe I“ in die Kompetenz der kantonalen Behörden gehören.

Formulierungen wie: „Die Schülerinnen und Schüler können zu naturwissenschaftlichen Fragen und Hypothesen sachgemäss Stellung nehmen.“ lassen so viel Interpretationsspielraum offen, dass zu erwarten ist, dass sie pro Kanton, ja sogar pro Lehrerkollegium oder sogar pro Lehrperson ganz unterschiedlich interpretiert werden – unter anderem in Abhängigkeit der Stundentafel und der verschiedenen Niveaus der Sekundarstufe I.

Die Berufsbildung ist aber eidgenössisch organisiert und in vielen Berufsschulen findet man Lernende, die aus unterschiedlichen Kantonen stammen. Wenn nun jeder Kanton die Kompetenzen unterschiedlich interpretiert, unterschiedliche „sinnvolle Anpassungen“ vornimmt und unterschiedliche „Leistungsanforderungen für die Niveaus der Sekundarstufe I“ festlegt, dann bedeutet das, dass es einer Lehrperson der Berufsfachschule wenig nützt, wenn sie sich mit dem Lehrplan 21 auseinandersetzt. Sie muss vielmehr im Extremfall 21 verschiedene Interpretationen des Lehrplans 21 konsultieren, um sich ein Bild zu verschaffen. (Es gibt Berufe, die nur in wenigen Zentren angeboten werden, und wo Lernende praktisch aus der ganzen Deutschschweiz ausgebildet werden.)

Ist schon die Auseinandersetzung mit dem Lehrplan 21 anspruchsvoll, wird das „Anschliessen“ an 21 oder mehr Interpretationen der Kompetenzstufen vollends unmöglich. **Um für die Berufsfachschulen nützlich zu sein, müssten unserer Meinung nach die meisten der Kompetenzstufen prägnanter formuliert werden (siehe unten). Zudem müsste geklärt sein, wie erreicht werden kann, dass die autonome Umsetzung durch die Kantone die Harmonisierung nicht unterläuft**.

1.4 Bedürfnisse der Berufsbildung

Die erläuterten drei Punkte schränken die Nützlichkeit des Lehrplans 21 als Informationsinstrument für die anschliessende Berufsbildung wesentlich ein.

Wir schlagen deshalb vor, dass eine autorisierte, wesentlich knappere Zusammenfassung der Mindestanforderungen geschaffen wird, welche dann auch über alle Kompetenzen definiert sind und bei denen sichergestellt ist, dass sie auch von allen Kantonen gleich interpretiert werden.

2 Formulierung der Kompetenzstufen

2.1 Kontextfreie Kompetenzumschreibungen

Wie schon erwähnt, lassen viele Umschreibungen der einzelnen Kompetenzstufen sehr viel Interpretationsspielraum offen. Warum dies ein Problem ist und was wir aus der Sicht der Berufsbildung als notwendige Präzisierung erachten, sei hier kurz am Beispiel Mathematik illustriert:

Das folgende ist eine typische Umschreibung einer Kompetenzstufe im Fach Mathematik: „Die Schülerinnen und Schüler können mit indirekt proportionalen Beziehungen rechnen (z.B. Anzahl Karten je Person bei 72 Karten und x Mitspielenden).“

Die Erfahrung zeigt (und es lässt sich auch theoretisch begründen), dass es keine Schülerinnen und Schüler gibt, die je ganz allgemein mit „mit indirekt proportionalen Beziehungen rechnen“ können. Haben sie das Beispiel mit den Karten intensiv genug bearbeitet, dann können sie diese Situation und vermutlich auch ähnliche wie „20 Schokoriegel und x Kinder“ bewältigen. Ein Transfer auf eine etwas anders gelagerte Situation wie etwa „Spannung gleich Strom mal Widerstand ($U = R \times I$)“ ist unwahrscheinlich. Die inneren Bilder, mit denen die Lernenden (und alle, die in realen Situationen Berechnungen anstellen) arbeiten und die sich für die Situation „Karten“ eignen (beispielsweise reihum austeilen bis alle Karten aufgebraucht sind) eignen sich nicht für die Situation „Stromkreislauf“.

Um in einer bestimmten Situation „mit indirekt proportionalen Beziehungen rechnen“ zu können braucht es Wissen über diese Situation und Wissen darüber, wie man diese Art Situation anpackt. Das weiss man nur, wenn man Erfahrungen damit gemacht hat. Sehr deutlich wird das bei einer anderen Kompetenzstufe: „… entscheiden situativ, mit gerundeten oder exakten Werten zu operieren (z.B. $\sqrt{2}$ oder 1.41)“. Ob und wie man in einer bestimmten Situation sinnvoll rundet, kann man nur entschieden, wenn man mit dieser Situation schon Erfahrungen gemacht hat. (Ein schönes Beispiel dazu sind die Überlegungen eines mexikanischen Bauers auf dem Markt: Beim Verkaufen rundet er beim Zusammenzählen seine erzielten Preise ab, damit er seinen Erlös sicher nicht überschätzt. Beim anschliessenden Einkaufen rundet er die Preise auf, die er bezahlen muss, damit er sicher genügend Bargeld hat.)

Die Lehrenden an den Berufsschulen können also nicht erwarten, dass die Lernenden generell „mit indirekt proportionalen Beziehungen rechnen“ können, sondern nur, dass sie das in ganz bestimmten Kontexten können. Das ist grundsätzlich kein Problem. Denn kennt man diese Kontexte, kann man ausgehend von diesen (bspw. „Karten“) auf neue Kontexte (z.B. „Stromkreislauf“) hinarbeiten. Kennt man sie nicht, muss man auf gut Glück raten, auf längere Suchexpeditionen gehen oder einfach – was häufig geschieht – so tun, als würden die Lernenden überhaupt kein Vorwissen mitbringen.

Für den Anschluss an die Berufsbildung (der immerhin 2/3 aller Lernenden betrifft) wäre deshalb zentral, dass zu jeder (jeder!) Kompetenzstufe steht, in welchen Kontexten die Lernenden die Kompetenz erworben haben.

Ein gutes Beispiel dafür ist „… Sachaufgaben mit Prozentangaben lösen (insbesondere zu Steigung und Zins).“ Wird dies eingehalten und können sich die Lehrpersonen an den Berufsfachschulen wirklich darauf verlassen, dass die Lernenden die Kontexte „Zins“ und „Steigung“ beherrschen, wäre viel gewonnen. Die seit langem bekannte und anhaltende Klage der Berufsschulen, dass die Lernenden nicht Prozentrechnen können, könnte der Vergangenheit angehören. Vielen Dank!

Diese Überlegungen gelten selbstverständlich nicht nur für das Fach Mathematik. Die oben zitierte Kompetenzstufe „Die Schülerinnen und Schüler können zu naturwissenschaftlichen Fragen und Hypothesen sachgemäss Stellung nehmen.“ aus dem Bereich

Naturwissenschaftliche Methoden und technische Lösungen anwenden ist genauso kontextgebunden. Ohne Präzisierung ist für die abnehmende Lehrperson an der Berufsfachschule nicht erkennbar, auf was sie aufbauen kann – wobei in diesem Fall die Formulierung so vage ist, dass es schwer fällt, überhaupt eine Präzisierung in der Form von „insbesondere" zu formulieren.

Weitere Beispiele dieser Art lassen sich überall finden. Beispielsweise:

- können zu Situationen und Phänomenen verschiedene Fragen formulieren sowie Variablen für deren Überprüfung bestimmen
- können chemische Reaktionen mit Worten in Reaktionsschemen darstellen
- können Energiediagramme ausgewählten chemischen Reaktionen zuordnen
- können Vor- und Nachteile unterschiedlicher Informationsdarstellungen beurteilen
- können abschätzen, welche Abläufe sich für eine Automatisierung eignen
- können Geräte und Programme gezielt einsetzen und zur Erstellung und Bearbeitung von Text, Tabellen, Präsentationen, Diagrammen, Bild, Ton, Video und Algorithmen anwenden
- können Gesetze, Regeln und Wertesysteme verschiedener Lebensräume erkennen, reflektieren und entsprechend handeln
- können soziale Netzwerke zielgerichtet auf ein Publikum und zur Verbreitung der eigenen Ideen und Meinungen nutzen. Dabei können sie die Wirkungen ihrer Beiträge einschätzen
- können Entwicklungen und Innovationen aus Design und Technik in ihrer komplexen Vernetzung analysieren, diskutieren und deren Folgen für den Alltag einschätzen
- können formale, konstruktive und funktionale Bedingungen in Beziehung setzen und für individuelle Produkte technische Abläufe verstehen, planen und ausführen
- kennen Maschinen und Transportmittel und können Funktionsmodelle bauen
- kennen ausgewählte funktionale Eigenschaften von Schwachstrom betriebenen Geräten oder Objekten und können diese konstruktiv anwenden
- können Designprozesse analysieren und daraus Konsequenzen für nächste Prozesse formulieren
- …

2.2 Bedürfnisse der Berufsbildung

Die Beschreibungen der Kompetenzstufen sind für die anschliessenden Berufsfachschulen nur nützlich, wenn der Kontext, in dem sie erworben werden, bekannt ist.

Wir schlagen deshalb vor, dass zu jeder (jeder!) Kompetenzstufe ein, bis zwei Kontexte in Form von „insbesondere …" verbindlich vorgegeben werden.

3 Vernetzung

3.1 Komplexer Aufbau

Der Aufbau des ganzen Lehrplans ist komplex: Sechs Fächer, drei fächerübergreifende Themen (BO, ICT/Medien, Nachhaltige Entwicklung) sowie eine Sammlung überfachlicher Kompetenzen. Diese Komplexität erschwert es zusätzlich, einen Überblick darüber zu gewinnen, was die Lernenden tatsächlich mitbringen werden.

Vernetzungen sind zwar teilweise angedacht, aber meist nur rudimentär ausgebildet. Es ist zu befürchten, dass die einzelnen Hinweise nicht ausreichen, damit es im Unterricht tatsächlich zu einer Vernetzung kommt, sofern es den Lernenden nicht selbst gelingt, eine solche vorzunehmen.

Aus der Sicht der Berufsbildung ist das unbefriedigend. Im beruflichen Alltag stellen sich die Anforderungen nicht nach Fächern geordnet, sondern sind immer „fächerübergreifend". Aus Sicht der Berufsbildung wäre es wichtig, dass die Lernenden dies schon früh erfahren und gar nie die Haltung entwickeln, dass beispielsweise das, was man in der Mathematik lernt in der Physik nicht gebraucht wird.

3.2 Bedürfnisse der Berufsbildung

Dazu wäre allerdings ein Lehrplan notwendig, der sich nicht an Fächern orientiert – etwas, das wir schon gar nicht vorzuschlagen wagen!

4 Orientierungs- und Anwendungswissen

Grundsätzlich ist aus Sicht der Berufsbildung sehr zu begrüssen, dass es nicht nur darum gehen soll, etwas zu wissen, sondern dass es darum geht, mit diesem Wissen etwas anfangen zu können. Es ist auch sehr zu begrüssen, dass dabei dem Verständnis dessen, was man tut, grosse Bedeutung beigemessen wird (beispielsweise: „Denk-, Urteils- und Kritikfähigkeit stärken" und „Verstehensorientiert lernen").

Nur wird aus unserer Sicht beim „etwas damit anfangen können" zu einseitig nur das „Orientierungswissen" betont und das „Anwendungswissen" vernachlässigt. Dies zeigt sich trotz dem Ziel „Orientierungs- und Anwendungswissen entwickeln" an verschiedenen Stellen.

„Mathematik war und ist ein Werkzeug, um die Umwelt zu erschliessen und zu verstehen." (Einleitende Passage)

Mathematik ist auch ein Werkzeug, um „… das Handeln zu planen".

„Mathematik spielt in Beruf und Freizeit, in Wirtschaft, Technik und Forschung eine wichtige Rolle, die oft nicht unmittelbar sichtbar ist. Deshalb kommen viele Menschen heute mit Mathematik nur noch indirekt in Berührung." (Einleitende Passage)

Dass gerade im beruflichen Kontext die „Mathematik" oft so tief in den Arbeitsprozess eingebettet ist, dass sie nicht unmittelbar sichtbar wird, führt nicht dazu, dass die Menschen damit nicht in Berührung kommen. Sie erleben das, was sie „berühren" nur nicht unbedingt als „Mathematik". Und im privaten Bereich ist die Mathematik bei vielen Entscheidungen sehr wohl sichtbar. Überlegt man sich, ob man sich ein Auto leisten kann, ist es gerade die Offensichtlichkeit der benötigten Mathematik, die Ungeübte davon abschreckt, sich mit dieser Frage wirklich auseinanderzusetzen.

„Zu Themen aus dem Umfeld der Lernenden wie Handy, Kommunikation oder Umgang mit Geld … gilt es, den mathematischen Gehalt zu erkennen, zu diskutieren, zu mathematisieren, darzustellen und zu berechnen." (Orientierungs- und Anwendungswissen entwickeln)

Die Formulierung „Mathematischer Gehalt" lässt auch hier eher an Orientierungswissen denn an Anwendungswissen denken. Aus Sicht der Berufsbildung ginge es zumindest auch darum, „adäquate mathematische Instrumente zu erkennen und diese zielgerecht einzusetzen".

Handlungsaspekt „Mathematisieren und Darstellen"

Von allen drei Handlungsaspekten ist dies derjenige, unter dem man am ehesten Anwendungswissen erwarten könnte. Dies ist aber nicht der Fall. In der ganzen Beschreibung und allen aufgeführten Beispielen geht es immer nur um das „Erkennen", nie aber um das „Handeln".

Aus Sicht der Berufsbildung wäre es zentral, dass Orientierungs- und Anwendungswissen dasselbe Gewicht haben, dass die Schülerinnen und Schüler also nicht nur Lernen, mit Hilfe der Mathematik konkrete Situationen zu verstehen, sondern auch lernen, mit Hilfe der Mathematik in diesen Situationen zielgerichtet zu handeln.

5 Verwertbar?

In der Einleitung zum Lehrplan 21 wird festgehalten:

"Jugendliche, die nach Abschluss der obligatorischen Schulzeit eine Berufslehre beginnen, erreichen in allen Fachbereichen mindestens die Kompetenzstufen, die als Mindestanspruch des 3. Zyklus bezeichnet sind." (grau hinterlegt)

Aus der Sicht der Berufsbildung stellen sich zwei Fragen:

A Sind die Informationen, welche der Lehrplan 21 bietet, für Lehrende an Berufsfachschulen nützlich und verwertbar?

B Entsprechen diese Mindestanforderungen dem, was aus Sicht der Berufsbildung sinnvoll wäre?

Die wesentlichen Probleme, welche sich beim Versuch stellen, den Lehrplan 21 für die Berufsbildung zu interpretieren, wurden schon in den Anmerkungen zu Frage 1 zusammengestellt. Hier nur kurz die Präzisierung jener Bemerkungen für den Fachbereich Mathematik:

- Bei 8 von 34 Kompetenzen, also bei knapp 25% fehlen Angaben zum Mindestanspruch und es fehlt auch ein Hinweis, wie das zu interpretieren ist.
- Für eine Lehrperson an einer Berufsfachschule, welche sich informieren möchte, wo sie anschliessen kann, ist die Menge von 43 Kompetenzen und 517 (!) Kompetenzstufen eindeutig nicht bewältigbar.
- Formulierungen wie: „Die Schülerinnen und Schüler können mit indirekt proportionalen Beziehungen rechnen (z.B. Anzahl Karten je Person bei 72 Karten und x Mitspielenden).“ sind zu vage. Sie werden nur interpretierbar, wenn die Kontexte mit „insbesondere“ verpflichtend festgelegt sind, wie etwa bei „… Sachaufgaben mit Prozentangaben lösen (insbesondere zu Steigung und Zins).“ Nur so liesse sich erreichen, dass die seit Urzeiten anhaltende Klage der Berufsschulen „Die Lernenden können nicht Prozentrechnen“ endlich der Vergangenheit angehört.

6 Sinnvoll?

6.1 Ungleichgewicht der Kompetenzbereiche

Beim ersten Durchlesen fällt auf, dass die klassische Geometrie unwahrscheinlich viel Platz einnimmt und dass dort auch die „Kompetenzorientierung“ nicht wirklich angekommen ist. Eine Aufzählung wie: „verstehen und verwenden die Begriffe Seitenhalbierende, Winkelhalbierende, Höhe, Lot, Grundlinie, Grundfläche, Mittelsenkrechte, Schenkel, Netz (Abwicklung), Umkreis, Inkreis, Viereck, Vieleck, Rhombus, Parallelogramm, Drachenviereck, Trapez, gleichschenklig, gleichseitig, stumpfwinklig, spitzwinklig, Punktspiegelung, punktsymmetrisch, Drehung, Originalpunkt, Bildpunkt, kongruent, Koordinatensystem, zweidimensional, dreidimensional“ wirkt absurd und auch durch den Einschub von „verwenden“ wird aus dieser Begriffsliste keine Kompetenz.

Im Gegensatz zu *Form und Raum* wirkt *Zahl und Variable* viel aufgeräumter. Dass beispielsweise der Umgang mit Brüchen explizit auf Brüche mit den Nennern 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 20, 50, 100, 1‘000 eingeschränkt wird, ist sehr zu begrüssen. Vermutlich würden sogar die Nenner 2 und 4 genügen.

Etwas unterentwickelt scheint dagegen der ganze Bereich, der im weitesten Sinn für Prozesssteuerungen wichtig wäre, also von einfachen Arbeitsplänen (Stundenpläne etc.) über Ablaufsteuerungen (von der linearen Abfolge von Anweisungen bis zu komplexen Flussdiagrammen sei es in Gebrauchsanweisungen, sie es in graphischer Form bei Anlagesteuerungen etc.) bis zu „Prozessbeschreibungen" der Qualitätssicherung, mit den in grösseren Betrieben Mitarbeitende jeder Stufe konfrontiert werden. Flussdiagramme werden zwar kurz als Instrument zur Erforschung arithmetischer Strukturen erwähnt. Der eigentliche mathematische Gehalt dieses ganzen Bereiches scheint aber nirgends auf. Vielleicht wäre es sinnvoll *Form und Raum* durch *Raum und Zeit* zu ersetzen.

6.2 Welche mathematischen Konzepte sind für die Berufsbildung zentral?

Eine Brücke von der Berufsbildung in die Welt des Lehrplan 21

Eine Schwierigkeit, die erforderlichen Kompetenzen in der Berufsbildung mit den Kompetenzen/Kompetenzstufen im Lehrplan 21 zu vergleichen, liegt darin, dass unterschiedliche Kompetenzumschreibungen nützlich und typisch sind.

In der Berufsbildung macht es Sinn, von Berechnungssituationen wie „Rezeptangaben umrechnen", „Rohrlängen bestimmen", „Infusion ansetzen" auszugehen und die Kompetenz heisst dann eben „… können eine Rohrlänge bestimmen" – es dominiert die ganzheitliche Logik des Berufsalltags. Im Lehrplan 21 hingegen bestimmt die analytische Logik des Faches die Einteilung: *Zahl und Variable*, *Form und Raum* … und entsprechend heisst es dann „… können Daten zu Längen, Inhalten, Gewichten, Zeitdauern, Anzahlen und Preisen in Tabellen darstellen und interpretieren."

Es braucht eine Brücke zwischen diesen beiden Zugängen um vergleichende Aussagen machen zu können. Im Folgenden soll folgendes Konstrukt als Brücke genutzt werden: Um eine Situation (Berufsbildung) bzw. eine Aufgabe (Lehrplan 21) bewältigen zu können, müssen die Lernenden über bestimmte Konzepte und bestimmte Fertigkeiten im Umgang mit diesen Konzepten verfügen. Man könnte nun einen Vergleich bezüglich der einen, der anderen oder beider dieser Dimensionen machen. Da die Konzepte eher den Gehalt des Faches Mathematik betreffen, wird im Folgenden einmal versucht, diese als Brücke einzusetzen. „Konzept" wird dabei nicht in einem wissenschaftlich sauber definierten Sinn gebraucht. Der intendierte Gebrauch sollte sich aus den Beispielen ergeben.

Eine Liste relevanter Konzepte

Leider existiert keine gut abgesicherte Zusammenstellung der mathematischen Konzepte, welche für die Berufsbildung relevant sind. Es dürfte auch nicht ganz einfach sein, eine solche zusammenzustellen, da die verschiedenen Berufe unterschiedliche Anforderungen stellen. Im Prinzip liegt hier ein Forschungsgebiet brach, das dringend seiner Bearbeitung harrt.

Als Basis für eine Einschätzung dienen hier ersatzweise Erfahrungen im Zusammenhang mit der Erarbeitung von Lehrmitteln für die Berufsbildung. Diese Lehrmittel haben alle den Anspruch, nicht einfach jahrzehntealte Traditionen weiterzuführen, sondern auf das einzugehen, was im beruflichen Alltag tatsächlich benötigt wird. Entsprechend thematisieren sie nicht wie traditionell üblich Rechenverfahren wie „Dreisatz" oder „Prozentrechnen" sondern Berechnungssituationen wie „Rezeptangaben umrechnen", „Beton bestellen" oder „Rohre zuschneiden".

Aus einer Übersicht der bisher bearbeiteten Situationen lässt sich eine Liste von Konzepten zusammenstellen, die häufig gebraucht werden:

a) Proportionalität (auch indirekte)
b) Angaben relativ zu einer Bezugsgrösse ausgedrückt in % (und auch ‰)

c) „Konzentrationen“ (wie „kg Dünger pro ha“, „2.50 Fr pro Kilo“, „60 km pro h“, „6 l pro 100 km“, „1 kg pro dm^3“ etc.)
d) Zeit
e) Häufigkeitsverteilungen
f) Geometrische Darstellungen als Pläne (2D und 3D)
g) Flächen und Volumen
h) Winkel

Die Konzepte sind hier ihrer Bedeutung nach absteigend geordnet.

Einige Anmerkungen zu den einzelnen Konzepten

So gut wie immer, wenn im beruflichen Alltag Berechnungen anfallen, geht es um einfache **Proportionalität**: „Wenn ich doppelt so viele Gäste habe, brauche ich doppelt so viel Reis“, „Wenn das Strassenstück halb so lange ist, benötigen wir halb so viel Belagsmaterial“ etc. Vor allem, wenn naturwissenschaftliche Grundlagen eine Rolle spielen, tritt auch indirekte Proportionalität auf, da sehr viele naturwissenschaftliche Grundgesetze ähnlich wie „$U = R \times I$“ drei Grössen in einen Zusammenhang stellen: „Wenn die Spannung gleich bleibt und ich den Strom halbieren will, muss ich den Widerstand verdoppeln“.

Sehr häufig findet man auch, dass Angaben zu einer Grösse relativ zu einer Bezugsgrösse gemacht werden müssen, und dass diese Angaben in **Prozent oder Promille** ausgedrückt werden. Naheliegend sind Beispiele wie „Ein vollfetter Käse enthält 50% Fett in der Trockenmasse“. In diesem häufigsten Fall In den Beispielen liegt der Prozentsatz immer zwischen 0% und 100% und das, was mit dem Prozentwert gemessen wird (die Menge Fette), ist immer ein echter Teil dessen, was mit dem Grundwert gemessen wird (die Trockenmasse). Es gibt aber auch andere Arten des Bezugs. Am geläufigsten ist die Angabe von Steigungen in % oder auch ‰. Hier ist der Höhenunterschied (Prozentwert) keineswegs ein „Teil“ der horizontalen Distanz (dem Grundwert). Ein weniger bekanntes Beispiel wären die „Bäckerprozente“: In professionellen Brotrezepten werden die Zutaten in % relativ zur Mehlmenge angegeben (also beispielsweise 76% Wasser). Der fertige Teig ist typischerweise etwa 180%.

Ebenfalls häufig findet man Angaben der Form „**X pro Y**“. Bäuerinnen fahren mit dem Ziel über das Feld 50 kg Nährstoff pro ha auszutragen. Reinigungsangestellte verwenden 200ml konzentriertes Reinigungsmittel auf 5 Liter Wasser etc. Diese Verhältnisangaben bieten zwei Schwierigkeiten: Werden sie mit einem „Bruchstrich“ notiert, wie „60 km/h“, sind die Lernenden in Versuchung, das Ganze als „Bruch“ zu interpretieren. h wird zum Nenner. Und 60 km? Die zweite Schwierigkeit liegt darin, dass solche Angaben fiktional sind „Wenn ich genau eine Stunde lang fahren würde, würde ich genau 60 km weit fahren“. Diese Interpretation fällt nicht allen Lernenden leicht, wie das Beispiel eines jungen Agrarpraktikers zeigt: Nachdem er Dünger auf einem Feld von 1/2 ha Fläche ausgetragen hat, stellt er fest, dass er ca. 25 kg Nährstoff verteilt hat und rechnet dann richtig aus, dass er 50 kg/ha ausgetragen hat. Seine Reaktion: „Ja, aber ich habe doch nur 25 kg verbraucht, das waren keine 50 kg!“

In vielen Berufen spielt die **Zeitplanung** für grössere oder kleinere Arbeitsabschnitte eine Rolle. In der Küche: Wann muss der Braten in den Ofen, damit er rechtzeitig für das Mittagsmenü bereit ist? In der spitalexternen Pflege: Wie teile ich mir meinen Nachmittag ein, so dass ich alle Klienten bedient habe und auch noch die anderen anfallenden Arbeiten erledigen kann? Etc. Diese Planungsaufgaben können sehr anspruchsvoll sein, vor allem, wenn es darum geht bei knappen Ressourcen Abläufe zu optimieren. Eine Art relative Zeitplanung findet man auch häufig in Form von Ablaufdiagrammen wie Flussdiagrammen etc. Diese treten entweder im Zusammenhang mit Anlagesteuerungen auf oder dann als „Prozessbeschreibungen“ in unterdessen allgegenwärtigen Qualitätssicherungssystemen.

Häufigkeitsverteilungen treten im beruflichen Kontext typischerweise der Form von Statistiken im Rahmen der Qualitätssicherung in grösseren Betrieben: „Von 100 Teilen waren im Schnitt 2 defekt." „Die mittlere Antwortzeit bei telefonischen Anfragen war 47.8 Sekunden mit einer Standardabweichung von 8.9 Sekunden". Solche Statistiken müssen in den meisten Fällen nicht selbst erstellt werden, sondern werden von automatischen Systemen oder von Experten generiert. Im Rahmen der Qualitätssicherung wird aber auch von relativ gering qualifizierten Mitarbeitenden erwartet, dass sie daraus Schlüsse für ihre Arbeit ziehen können. Ebenfalls häufig ist die Verwendung solcher Verteilungen als Normen „Der ideale Blutdruck liegt bei 120 mit einer Spannweite von +/- 20", „Die Bolzen müssen einen Durchmesser von 1.8mm haben, Standardabweichung 0.05mm". Auch hier gilt es Schlüsse zu ziehen, wie etwa bezüglich der Frage „Ist ein einzelner Messwert ausserhalb der Spannweite schon ein Alarmzeichen?"

In allen technischen und baugewerblichen Berufen müssen **Pläne** gelesen und (zumindest als Skizzen) Pläne gezeichnet werden. Auf den allermeisten Plänen findet man nur Rechtecke und Kreise. Andere Formen kommen selten vor. Die Herausforderung im Umgang mit Plänen besteht einerseits darin, sich das Abgebildete räumlich vorstellen zu können, und andererseits darin, Längen und Koordinaten abzuleiten, welche nicht direkt angegeben sind.

Vor allem im Baugewerbe müssen **Flächen und Volumen** berechnet werden. Wie gross ist die Fläche des Vorplatzes, der mit einem Belag versehen werden muss? Wie viel m^2 Aushub fallen bei der Baugrube für dieses Haus an? Die Flächen sind meist gradlinig begrenzt und lassen sich leicht in Rechtecke und Dreiecke zerlegen. Allenfalls kommen noch Kreissegmente dazu. Bei den meisten Volumina genügt es, wenn man die allenfalls etwas komplexere Grundfläche mit der Höhe multipliziert.

Ebenfalls im Baugewerbe spielen **Winkel** eine gewisse Rolle. Diese müssen nicht berechnet, sondern konstruiert werden. Ein Maurer setzt eine kleine Mauer rechtwinklig zu einer bestehend Mauer. Ein Zimmerman macht das Dach in der Mitte so hoch, dass die Dachneigung einen gewünschten Winkel aufweist. Zwei Mitarbeiter im Tiefbau stellen sicher, dass ein Platz die minimal notwendige Neigung hat, so dass das Regenwasser gut abfliesst. Winkel werden in Grad und in Prozent (Steigung) angegeben.

6.3 Was findet man in Lehrplan 21?

Um die Verbindung zum Lehrplan 21 herstellen zu können, wurden zu den sieben oben beschriebenen Konzepten jeweils alles zusammengetragen, was sich irgendwo auf einer Kompetenzstufe einer der 34 Kompetenzen finden liessen. (Einträge, die über den Mindestanspruch des dritten Zyklus hinausgehen, wurden, wenn ein solche überhaupt gekennzeichnet war, ignoriert.)

Proportionalität

- verstehen und verwenden die Begriffe Proportionalität, …
- können mit proportionalen Beziehungen rechnen (z.B. 300 g Käse zu 20 Fr./kg; Treibstoffverbrauch bei 6 l/100 km für verschiedene Strecken)
- können mit indirekt proportionalen Beziehungen rechnen (z.B. Anzahl Karten je Person bei 72 Karten und x Mitspielenden).
- verstehen Prozentangaben als proportionale Zuordnung …
- können in Sachsituationen Proportionalitäten erkennen (z.B. in einer Wertetabelle mit Anzahl Schritten und Distanzen).
- können in Sachsituationen proportionale und lineare (Erweiterung: und indirekt proportionale) Zusammenhänge erkennen (z.B. Wertetabelle zu Taxipreis bei Grundtaxe und einem festen Preis/km).
- können funktionale Beziehungen in einer Wertetabelle zu einer proportionalen Sachsituation beschreiben (z.B. je km werden 2 min benötigt. Doppelt so weit bedeutet

auch doppelt so lang).

Anmerkungen

- Proportionalität ist für Rechnen/Mathematik in der Berufsbildung mit Abstand das wichtigste Konzept. Im Lehrplan 21 wird es dagegen im Vergleich zu anderen Konzepten (s.u.) relativ wenig erwähnt. Dies ist nicht unbedingt problematisch. Problematisch wäre nur, wenn die Lehrpersonen auf der Primarstufe und Sekundarstufe I aus der relativen Häufigkeit ableiten würden, dass Proportionalität relativ wenig Bedeutung hat.
- Die wesentlichen Anforderungen dürften erwähnt sein. Im beruflichen Alltag wird oft nach dem Muster „Doppelt so weit bedeutet auch doppelt so lang." überlegt.
- Es ist von daher sehr zu begrüssen, dass als Kompetenz nicht die Beherrschung eines Rechenverfahrens wie „Dreisatz" erwartet wird, sondern „können mit proportionalen Beziehungen rechnen"!
- Indirekte Proportionalität sollte nicht nur als „Erweiterung" behandelt werden. Vor allem, wenn naturwissenschaftliche Grundlagen eine Rolle spielen, tritt indirekte Proportionalität im beruflichen Alltag häufig auf, da sehr viele naturwissenschaftlichen Grundgesetzte drei Grössen in einen Zusammenhang stellen. Beispielsweise „$U = R \times I$": „Wenn die Spannung gleich bleibt und ich den Strom halbieren will, muss ich den Widerstand verdoppeln". Überlegungen dieser Art müssen beispielsweise Elektromonteure anstellen, ein Beruf der nicht als besonders intellektuell anforderungsreich gilt.

Prozent, Promille

- verstehen und verwenden die Begriffe … Prozent
- verwenden die Symbole % …
- können Dezimalbrüche, Brüche … und Prozentzahlen in den beiden anderen Schreibweisen lesen und schreiben.
- können Prozentwerte, Prozentsätze und Grundwerte überschlagen (z.B. 263 von 830 sind etwa 30%, 45% von 13'000 sind mehr als 5'000).
- können mit dem Rechner Prozentwerte, Prozentsätze und Grundwerte bestimmen.
- verstehen und verwenden die Begriffe Steigung in %, Zins, Zinssatz, Kapital, Rabatt, Brutto, Netto
- verstehen Prozentangaben als proportionale Zuordnung und führen Prozentrechnungen aus (insbesondere wie viele Prozente ist x von y sowie wie viel ist p% von z)
- können Sachaufgaben mit Prozentangaben lösen (insbesondere zu Steigung und Zins)
- können soziale (z.B. zu Unfallprävention), wirtschaftliche (z.B. zu Zins, Rabatt, Leasing) und ökologische (z.B. zu Wasserverbrauch, Entsorgung) Fragestellungen verstehen und insbesondere durch Prozentrechnen mathematisch bearbeiten.

Anmerkungen

- Wie erwähnt, werden Prozentangaben im beruflichen (und privaten) Alltag sehr häufig verwendet. Daher ist es auf jeden Fall wichtig, dass die Lernenden in irgendeiner Form mit diesem Konzept vertraut sind.
- Wie ebenfalls erwähnt werden Prozentangaben genutzt, um ganz verschiedene Beziehungen zwischen zwei Grössen zu quantifizieren: Echter Teil eines Ganzen (Zuckeranteil im Süssgetränk, Rabatte etc.), Wachstum und Zerfall (Zins, Inflationsrate etc.), Beziehung zweier Grössen auf unterschiedlichen Dimensionen (Steigung), Angaben relativ zu einer Referenzgrösse (Zutatenangaben relativ zur Mehlmenge in Brotrezepten) und anderes mehr. Um mit diesen verschiedenen Kontexten umgehen zu können, müssen die Lernenden nicht nur lernen, (mechanisch) „Prozentwerte, Prozentsätze und Grundwerte" zu bestimmen, sondern sie müssen auch lernen, wie man das Instrument „Prozentangaben" kontextgerecht nutzt – man denke nur an die Schwierigkeiten, die Zinseszinsen bereiten. Davon ist in den Kompetenzstufen nichts zu

finden. Beispielsweise werden „Steigung in %, Zins“ nebeneinander genannt, als wäre das dasselbe.

- Es ist unwahrscheinlich, dass es möglich ist, die Lernenden mit allen Kontexten vertraut zu machen, in den Prozentangaben genutzt werden. Vermutlich wird man sich auf einen bis zwei beschränken müssen. Aus Sicht der Berufsbildung wäre es wichtig, dass diese Kontexte festgelegt sind, so dass klar ist, worauf aufgebaut werden kann. Dies könnten beispielsweise sein: Echter Teil eines Ganzen (Zusammensetzungen, Rabatte) und Steigungen. Dabei müsste aber auch sichergestellt sein, dass mit den Lernenden thematisiert ist, inwiefern es sich hier um „das Gleiche“ handelt und inwiefern nicht. (Dieselbe Anmerkung gilt auch für alle anderen hier erwähnten Konzepte. Auch „Proportionalität“, „Konzentrationen“ etc. wird in unterschiedlichen Kontexten unterschiedlich eingesetzt und es wäre sinnvoll, jeweils ein, zwei Kontexte festzulegen, die verbindlich behandelt werden.)

„Konzentration“

- können Masseinheiten und deren Abkürzungen verwenden: Geschwindigkeit (km/h, m/s, kB/s, dpi)
- können Masseinheiten und deren Abkürzungen verwenden: Dichte (kg/dm³, g/cm³) (über Mindestanspruch)
- können Geschwindigkeiten umwandeln (z.B. ein Auto fährt in 10 Sekunden 200 m weit, wie gross ist seine Geschwindigkeit in km/h)
- können funktionale Zusammenhänge in Wertetabellen eintragen (z.B. zurückgelegte Distanzen bei einer Geschwindigkeit von 4.5 km/h nach 10 min, 20 min, 30 min, …).
- können mit proportionalen Beziehungen rechnen (z.B. 300 g Käse zu 20 Fr./kg; Treibstoffverbrauch bei 6 l/100 km für verschiedene Strecken)
- können in Sachsituationen proportionale und lineare (Erweiterung: und indirekt proportionale) Zusammenhänge erkennen (z.B. Wertetabelle zu Taxipreis bei Grundtaxe und einem festen Preis/km).

Anmerkungen

- „Konzentrationen“, die manchmal in Prozent, manchmal in „X pro Y“ angegeben werden, treten in allen Berufen auf, v.a. wenn man Angaben pro Zeiteinheit hier auch darunter rechnet.
- Ihnen allen gemeinsam ist eine fiktionale Komponente. 20km/h heisst: „Ich bin zwar nur eine Minute lang gerannt, wenn ich aber mit dem Tempo eine ganze Stunde gerannt wäre, dann wäre ich 20km weit gekommen.“ Wie das oben erwähnte Beispiel zeigt, macht diese Art zu Denken einigen Lernenden Mühe.
- Es wäre wichtig, dass diese Interpretationsleistung, die ja ein „Erforschen“ nicht bezüglich innermathematischer Strukturen sondern bezüglich der Bedeutung eines mathematischen Modells („Mathematisieren“) ist, in den Kompetenzstufen klar gefordert wird.

Zeit

- können Gegenstände und Situationen mit lang/kurz (zeitlich und räumlich) … beschreiben
- können Unterschiede zwischen Gegenständen und Situationen mit Steigerungsformen beschreiben, insbesondere bezüglich … Zeitpunkten, Zeitdauern …
- verstehen und verwenden die Begriffe … Zeit … Zeitpunkt, Zeitdauer
- können Masseinheiten benennen und deren Abkürzungen verwenden: … Zeit (y. m. d, h, min, s).
- können Grössen (… Zeit …) schätzen, bestimmen, vergleichen, runden, mit ihnen

rechnen, in benachbarte Masseinheiten umwandeln und in zweifach benannten Einheiten schreiben

- können analoge Uhrzeiten lesen.
- können … mit analoger und digitaler Uhr Zeitpunkte auf Stunden und Minuten sowie mit Stoppuhren Zeitdauern bestimmen.
- können Distanzen und Zeitdauern für Geschwindigkeitsberechnungen messen.
- können Sachsituationen bezüglich … Zeitpunkt, Zeitdauer … erforschen, Zusammenhänge berechnen und Vermutungen formulieren
- können Aussagen zu Grössen und Grössenbeziehungen zwischen … Zeiten überprüfen (z.B. … weitere Wege brauchen mehr Zeit).
- können Ergebnisse und Aussagen zu Beziehungen zwischen Grössen experimentell und rechnerisch überprüfen (z.B. ausgehend von Zeiten zu Sonnenaufgang und -untergang: Die Tageslänge nimmt von Januar bis Juni regelmässig zu …)
- können funktionale Zusammenhänge, insbesondere zu … Weg - Zeit, überprüfen, Erkenntnisse formulieren und Entscheidungen begründen
- können Daten zu … Zeitdauern … in Tabellen darstellen und interpretieren.
- können statistische Daten erheben, ordnen und darstellen und interpretieren (z.B. Schulwege: Distanz, Transportmittel, Zeitdauer).
- können Daten zu … Zeitdauern … in Diagrammen darstellen und interpretieren.
- können datengestützt Beziehungen zwischen verschiedenen Grössen herstellen (z.B. Weckzeit in Bezug auf Länge des Schulwegs)
- können in Sachsituationen Wertepaare bestimmen und im Koordinatensystem darstellen (z.B. Zwischenzeiten in 10'000 m - Läufen).
- können die Abhängigkeiten von zwei Grössen mit einem Funktionsgraphen darstellen sowie Graphenverläufe interpretieren (z.B. Weg - Zeit Diagramm bei einem 400 m - Lauf).

Anmerkungen

- In den Kompetenzstufen tritt wird *Zeit* erstaunlich häufig erwähnt. Die Kontexte sind entweder *Zeitmessung* oder *Weg pro Zeit*.
- Im beruflichen Kontext auch wichtig wäre der Kontext *Zeitplanung*. Dazu gehören auch Dinge wie *Fahrplan lesen*, *Stundenplan/Einsatzplan lesen*. Angedeutet ist dieser Kontext bei „Weckzeit in Bezug auf Länge des Schulwegs".
- Aus Sicht der Berufsbildung wäre es nützlich, der Umgang mit Zeitplänen (lesen, erstellen, optimieren*)* würde ebenfalls als Ziel aufgenommen. Dazu gehören tabellarische Darstellungen wie Fahrpläne etc. aber auch graphische Ablaufdiagramme wie Flussdiagramme etc. Gerade die letzten finden sich in Form von verbindlichen Prozessvorgaben als Qualitätsmanagementstool in praktisch allen grösseren Betrieben und müssen von allen Mitarbeitenden verstanden werden.

Häufigkeitsverteilungen

- verstehen und verwenden die Begriffe … Daten, Häufigkeit, Zufall …
- verstehen und verwenden die Begriffe absolute und relative Häufigkeit, … Wahrscheinlichkeit.
- können Häufigkeiten experimentell bestimmen und Vermutungen zu deren Wahrscheinlichkeiten formulieren (z.B. bleibt ein Reissnagel eher auf dem Kopf oder auf der Seite mit Spitze nach unten liegen).
- sind bereit, sich mit unbekannten Fragestellungen zu Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit auseinander zu setzen.

- können Häufigkeiten erheben, protokollieren, ordnen und interpretieren (z.B. Anzahl Schritte verschiedener Kinder von A nach B oder Ergebnisse beim Würfeln mittels Strichlisten).
- können Längen, Preise und Häufigkeiten erheben, ordnen und interpretieren (z.B. Körperlängen).
- können zu Grössen und Häufigkeiten Daten erheben und nach verschiedenen Fragestellungen auswerten (z.B. Daten zu Haustieren erheben und vergleichen).
- können Wertetabellen, Diagramme, Sachtexte, Terme und Graphen einander zuordnen und interpretieren (z.B. zu Wertetabellen ein passendes Diagramm zeichnen, dazu absolute und relative Häufigkeiten berechnen und erläutern).
- verstehen und verwenden die Begriffe (un)wahrscheinlich, (un)möglich, sicher.
- können die Wahrscheinlichkeit von zwei Ereignissen experimentell vergleichen und daraus Vermutungen ableiten (z.B. ist es wahrscheinlicher mit zwei Würfen zwei gerade Zahlen oder die Summe 7 zu würfeln?).
- können Aussagen zu Wahrscheinlichkeiten und zu statistischen Angaben überprüfen und begründen (z.B. die Wahrscheinlichkeit mit einer Münze zweimal hintereinander Kopf zu werfen ist 0.25; In den Voralpen besitzen verhältnismässig mehr Jugendliche einen Roller als im Mittelland).
- können die Wahrscheinlichkeit einzelner Ereignisse vergleichen.

Anmerkungen

- Häufigkeiten treten im Berufsalltag meist als Häufigkeitsverteilungen auf, die entweder eine Norm vorgeben (mittlerer Blutdruck mit Spannbreite) oder Verteilung eines ein Merkmals zwecks Qualitätssicherung rückmelden (im Schnitt 2 Teile Ausschuss auf 100 Teile).
- Die Daten müssen nicht selbst erhoben werden, sondern werden von automatischen Systemen oder von Experten geliefert. Man muss aber in der Lage sein, Schlüsse für die eigene Arbeit daraus abzuleiten.
- Wahrscheinlichkeiten bzw. relative Häufigkeiten von Einzelereignissen sind im beruflichen Alltag selten von Bedeutung („Die Wahrscheinlichkeit, dass ein mit der Zielgrösse 1.8mm Länge produzierter 1.8mm lang ist, ist 0.003“). Aussagekräftiger sind Verteilungen („99% aller Bolzen liegen zwischen 1.75mm und 1.85mm“). Aus Sicht der Berufsbildung wäre es daher nützlicher, die Lernenden würden sich eher mit Verteilungen als mit Einzelereignissen auseinander setzen. Fragen zu Häufigkeitsverteilungen lassen sich beispielsweise anhand von Würfelexperimenten genauso gut angehen, wie die (ausser im Spielkasino) praktisch bedeutungslose Frage „Ist es wahrscheinlicher mit zwei Würfen zwei gerade Zahlen oder die Summe 7 zu würfeln?“

Geometrische Darstellungen (Pläne)

- können die Aufsicht, Vorderansicht und Seitenansicht von Quadern und Würfelgebäuden zeichnen oder skizzieren.
- können Quader und Würfelgebäude entsprechend der Aufsicht und Seitenansicht stellen.
- können Würfel und Quader im Schrägbild skizzieren.
- können geometrische Formen in der Lebensumwelt entdecken und darstellen.
- können aus Quadraten und Rechtecken Quader und Würfel herstellen und umgekehrt das Netz von Würfel und Quader durch Abwickeln zeichnen.
- können zusammengesetzte Körper skizzieren (z.B. aus Schachteln, Rollen und Prismen).
- können das Schrägbild, die Aufsicht, Vorderansicht und Seitenansicht von rechtwinkligen Körpern in einem Raster zeichnen (z.B. 3 versetzt angeordnete Quader).
- können Strecken und Ebenen in Quadern und Würfeln skizzieren und zeichnen (z.B. Schnittebenen in einem Quader).

- können Prismen und Pyramiden skizzieren und als Schrägbild, in der Aufsicht, Vorderansicht und Seitenansicht darstellen sowie deren Netz zeichnen.
- können nach bildlicher Anleitung falten (z.B. ein Schiff).
- können nach bildlichen Vorgaben falten und Faltungen überprüfen (z.B. Schachtel).
- können Rechtecke mit gegebenen Seitenlängen skizzieren.
- können Winkelgrössen und Streckenlängen übertragen.
- können rechtwinklige Dreiecke, Quadrate und Rechtecke mit dem Geodreieck zeichnen.
- können Faltungen, Skizzen und Zeichnungen nachvollziehen, beschreiben und überprüfen.
- können Mittelpunkt, Mittelsenkrechte, rechter Winkel, 60˚-Winkel, gleichseitiges Dreieck, Lot, Winkelhalbierende mit Geodreieck und Zirkel skizzieren und konstruieren.
- können Figuren und geometrische Beziehungen skizzieren (z.B. Konstruktionsskizzen) und Konstruktionen mit Geodreieck und Zirkel oder dynamischer Geometriesoftware mit wenigen Konstruktionsschritten ausführen (z.B. ein Parallelogramm mit a, b und ha konstruieren).
- können geometrische Darstellungen und Konstruktionen fachsprachlich beschreiben.
- können Unterschiede zwischen sichtbaren Formen oder Raumlagen und Erinnerungsbildern ermitteln (z.B. ein sichtbares Haus mit einem eingeprägten vergleichen)
- können Figuren, Körper und deren Anordnung aus der Erinnerung nachzeichnen oder nachbauen. (z.B. ein Gebäude mit 7 Würfeln nachbauen oder Stäbe entsprechend einer Vorlage umlegen)
- können Figuren in der Vorstellung verändern oder ergänzen und skizzieren (z.B. spiegelbildlich ergänzen)
- können Figuren, Körper und deren Anordnung in der Vorstellung verändern und darstellen (z.B. eine Figur im Kopf um 180˚ drehen).
- können Netze von Würfeln und Quadern im Kopf falten
- können Körper in der Vorstellung zerlegen und zusammenfügen (z.B. eine vorgegebene Figur aus zwei Teilen des Somawürfels nachbauen).
- können Operationen am Modell ausführen und Ergebnisse beschreiben (z.B. Kippe den Würfel 4 Mal, so dass die gleiche Augenzahl wieder oben liegt)
- können Würfel und Quader in Rastern in der Vorstellung kippen und die Auswirkungen beschreiben.
- können Flächen eines Würfelnetzes aufgefalteten Seitenflächen zuordnen
- können Figuren und Körper aus der Erinnerung unterschiedlich darstellen (z.B. Ansichten eines Gebäudes mit 5 bis 8 Würfeln).
- können Operationen im Kopf ausführen und Ergebnisse beschreiben (z.B. ein Würfelgebäude mit 4 Würfeln um 90˚ drehen und skizzieren)
- können Positionen in einem Koordinatensystem finden und bezeichnen (z.B. Schiffli versenken auf der 100er-Tafel mit den Koordinaten 2 E 5 Z / 7 E 1 Z, ...).
- können Objekte anordnen und als Plan darstellen (z.B. Sitzordnung im Klassenzimmer).
- können Figuren in einem Koordinatensystem zeichnen, horizontal und vertikal verschieben sowie die Koordinaten der Eckpunkte angeben.
- können Pläne und Fotografien zur Orientierung im Raum nutzen bzw. lesen.
- können zu Koordinaten Figuren zeichnen sowie die Koordinaten von Punkten bestimmen (z.B. Figuren auf dem Geobrett nach Koordinaten aufspannen und zeichnen).
- können Objekte und ihre Beziehungen darstellen (z.B. Möblierung eines Zimmers).
- können einen Wohnungsplan nach Massstab zeichnen bzw. entsprechende Pläne lesen.
- können Wege und Lagebeziehungen skizzieren (z.B. Schulweg) bzw. entsprechende Skizzen lesen und erläutern.
- können Lagebeziehungen von Objekten massstabgetreu in einem Koordinatensystem darstellen (z.B. den Pausenplatz in einem 10 cm • 10 cm Koordinatensystem darstellen).
- können zu einem Punkt auf der Landkarte die Koordinaten und Höhe über Meer

bestimmen.

Anmerkungen

- Zu dieser Thematik finden sich ungeheuer viele einschlägige Kompetenzstufen, so dass es echt schwierig ist, sich ein Bild davon zu machen, was die Lernenden genau mitbringen. Weniger wäre hier sicher mehr.
- Die grosse Menge kommt z.T. dadurch zustande, dass gewisse Beschreibungen nun wenig variiert wiederholt werden:
    - können Figuren, Körper und deren Anordnung aus der Erinnerung nachzeichnen oder nachbauen. (z.B. ein Gebäude mit 7 Würfeln nachbauen oder Stäbe entsprechend einer Vorlage umlegen)
    - können Figuren und Körper aus der Erinnerung unterschiedlich darstellen (z.B. Ansichten eines Gebäudes mit 5 bis 8 Würfeln)
- Im grossen Ganzen lassen sich zwei verschiedene Anwendungen ausmachen: *Sich räumliche Gegebenheiten vorstellen* und *Räumliche Gegebenheiten in einem Plan abbilden*. Dabei geht es in den Beispielen immer um gradlinig begrenzte Figuren. Beide Anwendungen sind für technische und baugewerbliche Berufe wichtig. Für andere Berufe – beispielsweise aus dem Gesundheitsbereich – wäre hingegen weniger „ordentliche“ Situationen wichtig, wie etwa die relative Position der Organe im menschlichen Körper oder eine mehr oder weniger schematische Darstellung des Blutkreislaufs. Aus der Sicht der Berufsbildung wäre es wichtig, dass auch solche „Formen und Räume“ vertraut sind – allenfalls mit einer Binnendifferenzierung, so dass eher technisch orientierte Lernende sich mit „ordentlichen“ Räumen auseinandersetzen und die anderen mehr mit „unordentlichen“.
- Im beruflichen Kontext ist es aber nicht nur wichtig, Pläne zu erstellen, sondern mindestens so wichtig ist es, aus Plänen handlungsrelevante Informationen herauszulesen. Es gibt zwar zumindest eine Umschreibung in diese Richtung („können Pläne und Fotografien zur Orientierung im Raum nutzen“); aus Sicht der Berufsbildung wäre es wichtig, dass diese Anwendung mehr Gewicht erhält, als das jetzt der Fall ist. Für die „ordentlichen“ Räume wäre hier unter anderem wichtig, das exakte herauslesen von Längen aus einem Plan bzw. das Erschliessen gewisser, im Plan nicht explizit vermerkter Längen auf Grund von explizit angegeben Längen.
- Für die Berufsbildung hingegen kaum von Bedeutung sind Begriffe und Verfahren der klassischen Geometrie. Aus dieser Sicht wäre es deshalb zur Reduktion der Fülle von Kompetenzstufen zweckmässig, dass beispielsweise folgende Umschreibung als „Erweiterung“ gekennzeichnet wird: „können Mittelpunkt, Mittelsenkrechte, rechter Winkel, 60°-Winkel, gleichseitiges Dreieck, Lot, Winkelhalbierende mit Geodreieck und Zirkel skizzieren und konstruieren.“

Flächen und Volumen

Im Folgenden sind nur die Umschreibungen angeführt, in denen „Fläche“ explizit vorkommt. Wollte man „Volumen“ noch dazu nehmen, würde sich die lange Liste noch deutlich verlängern.

- können Operationen mit Zahlen und Variablen darstellen und beschreiben (z.B. 18 • 22 = (20 - 2)(20 + 2) → (a - b)(a + b) als Fläche) sowie verallgemeinern. geben Ergebnisse in einer sinnvollen Genauigkeit an.
- können Terme zu Streckenlängen, Flächeninhalten und Volumen bilden und können entsprechende Terme als Streckenlängen, Flächen und Volumen deuten.
- können Terme geometrisch interpretieren (z.B. $a^2 \cdot b$ als Quader mit quadratischer Grundfläche, $a \cdot b$ als Rechteck mit den Seitenlängen a und b und a + b als Summe zweier Strecken).
- verstehen und verwenden die Begriffe Figur, Länge, Breite, Fläche, Körper, spiegeln, verschieben.

- verstehen und verwenden die Begriffe Punkt, Ecke, Kante, Seitenfläche, Würfel, Quader.
- verstehen und verwenden die Begriffe Seitenhalbierende, Winkelhalbierende, Höhe, Lot, Grundlinie, Grundfläche, … zweidimensional, dreidimensional. … Mantelfläche … Flächeninhalt
- können Flächen aus Grundfiguren zusammensetzen (z.B. mit Tangramteilen).
- können den Flächeninhalt von nicht rechteckigen Figuren mit Rastern annähernd bestimmen (z.B. die Anzahl Einheitsquadrate in einem Kreis auszählen).
- können Vielecke und gerade Prismen zur Berechnung von Flächeninhalten und Volumen zerlegen.
- können Seitenlängen und Flächeninhalte von Drei- und Vierecken … vergleichen.
- können Flächen mit Einheitsquadraten auszählen (z.B. das Schulzimmer mit Meterquadraten).
- können Flächeninhalt von Quadraten und Rechtecken berechnen.
- können Kantenlängen, Seitenflächen und Volumen von Quadern berechnen.
- können Flächeninhalt von Dreiecken und Vierecken berechnen.
- können Längen und Flächeninhalt mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnen.
- können Umfang und Flächeninhalt von Vielecken und Kreisen berechnen (z.B. durch Zerlegen).
- können Kantenlängen, Flächen und Volumen an geraden Prismen und Zylindern berechnen.
- können Figuren und Körper erforschen und Beziehungen formulieren (z.B. die Seitenflächen eines Quaders sind Rechtecke).
- können Beziehungen zwischen Seitenlängen und Flächeninhalt bei Rechtecken in einem Raster erforschen.
- können Strecken an Figuren mit einem Raster systematisch variieren, Auswirkungen erforschen, Vermutungen formulieren und austauschen (z.B. Flächeninhalt eines Rechtecks bei gegebenem Umfang).
- können geometrische Beziehungen in Vielecken - insbesondere zwischen Winkeln, Längen und Flächen - variieren, dazu Vermutungen formulieren und austauschen (z.B. die Spitze in einem Dreieck parallel zur Grundlinie verschieben; Winkelbeziehungen in einem Dreiecksgitter).
- können Winkel, Strecken und Flächen an Figuren und Körpern systematisch variieren und Vermutungen formulieren (z.B. Winkel über einer Sehne im Kreis, Verhältnis zwischen Kreisdurchmesser und Umfang).
- können Kantenlängen, Oberfläche oder Volumen von Körpern systematisch variieren und Zusammenhänge formulieren (insbesondere Veränderung von Kantenlängen, Oberflächen und Volumen eines Quaders bei der Halbierung / Verdoppelung aller Kanten).
- können Aussagen sowie Umfang- und Flächenformeln zu Quadrat und Rechteck überprüfen und begründen oder widerlegen (z.B. in Rechtecken und Quadraten schneiden sich die Diagonalen rechtwinklig).
- können Aussagen und Flächenformeln zu Drei- und Vierecken mit Skizzen und Modellen belegen (z.B. die Diagonalen zerlegen ein Rechteck in vier flächengleiche Dreiecke; der Flächeninhalt eines Rhombus ist die Hälfte des Produkts der Diagonalenlängen).
- können Formeln und geometrische Eigenschaften mit Beispielen belegen und erklären (z.B. Flächenformel zum Dreieck, gleiche Länge der vier Raumdiagonalen im Quader).
- können Masseinheiten benennen und deren Abkürzungen verwenden: Flächenmasse (km^2, m^2, dm^2, cm^2, mm^2), …
- können Masseinheiten und deren Abkürzungen verwenden sowie sich an Referenzgrössen orientieren: Flächenmasse (km^2 , ha, a, m^2, dm^2, cm^2, mm^2), …
- können Flächeninhalte in benachbarte Masseinheiten umwandeln.
- können Flächeninhalte und Volumen in einer geeigneten Masseinheit schätzen.

Anmerkungen

- Auch hier gilt, dass die gewaltige Menge an Umschreibungen es schwierig macht, sich ein Bild davon zu machen, was die Lernenden wirklich mitbringen werden. Weniger wäre sicher mehr!
- Grundsätzlich gilt, dass für die Berufsbildung nur Flächen relevant sind, die sich einfach in Rechtecke, Dreiecke und allenfalls Kreissegmente (voll, halb, viertel) zerlegen lassen. Aus *Form und Raum* wichtig sind also die entsprechenden Flächen und der Umgang mit Flächenmassen.
- Alle anderen geometrischen Konzepte wie „Raumdiagonalen“, „Winkelhalbierende“ etc. spielen kaum eine Rolle. Im Sinne einer Vereinfachung wäre es deshalb sinnvoll, wenn alles, was sich auf die klassische Geometrie bezieht und allenfalls für den weiterführenden Unterricht am Gymnasium gebraucht wird, als „Erweiterung“ gekennzeichnet wird, insbesondere Aufzählungen wie die folgende: „verstehen und verwenden die Begriffe Seitenhalbierende, Winkelhalbierende, Höhe, Lot, Grundlinie, Grundfläche, Mittelsenkrechte, Schenkel, Netz (Abwicklung), Umkreis, Inkreis, Viereck, Vieleck, Rhombus, Parallelogramm, Drachenviereck, Trapez, gleichschenklig, gleichseitig, stumpfwinklig, spitzwinklig, Punktspiegelung, punktsymmetrisch, Drehung, Originalpunkt, Bildpunkt, kongruent, Koordinatensystem, zweidimensional, dreidimensional.“!
- Als Volumen treten praktisch nur Volumen auf, deren Seitenwände rechtwinklig auf einer ebenen mehr oder weniger komplexen Grundfläche stehen und die überall gleich hoch sind. Entscheidend ist daher eine Strategie, um solche Volumina zu berechnen. Andere Volumina müssen kaum berechnet werden oder dann

Winkel

- verstehen und verwenden die Begriffe … Winkel, rechtwinklig …
- verwenden die Symbole für rechte Winkel und parallele Linien.
- verstehen und verwenden die Begriffe Seitenhalbierende, Winkelhalbierende, Höhe, Lot, …
- können Symbole verwenden und geometrische Objekte korrekt beschriften: Punkte, Bildpunkte, Seiten und Winkel von Drei- und Vierecken
- können Drei- und Vierecke nach Winkel, Parallelität, Diagonalen, Seitenlängen charakterisieren.
- können Körper durch ihre Eigenschaften systematisch beschreiben (…Winkel zwischen Strecken … Winkel zwischen Flächen)
- können Winkel in Dreiecken und Vierecken berechnen (z.B. ein Rechteck wird durch eine Diagonale in zwei Dreiecke geteilt, ein Winkel in einem Dreieck beträgt 50˚).
- können Raster, Massstab, Zirkel und Geodreieck verwenden (z.B. parallele Linien und rechte Winkel überprüfen).
- können mit dem Geodreieck Winkel messen.
- können geometrische Beziehungen in Vielecken - insbesondere zwischen Winkeln, Längen und Flächen - variieren, dazu Vermutungen formulieren und austauschen (z.B. die Spitze in einem Dreieck parallel zur Grundlinie verschieben; Winkelbeziehungen in einem Dreiecksgitter).
- können Aussagen mit Beispielen belegen oder widerlegen (z.B. die Winkelsumme im Dreieck beträgt immer 180˚, in einem rechtwinkligen Dreieck betragen die beiden spitzen Winkel zusammen 90˚ …)
- können Winkelgrössen und Streckenlängen übertragen.
- können Mittelpunkt, Mittelsenkrechte, rechter Winkel, 60˚-Winkel, gleichseitiges Dreieck,

Lot, Winkelhalbierende mit Geodreieck und Zirkel skizzieren und konstruieren.

Anmerkungen

- Winkel spielen nur in wenigen Berufen v.a. technischer und baugewerblicher Richtung eine Rolle. Für die Mehrheit der Lernenden sind sie bedeutungslos.
- Dort wo Winkel auftreten, müssen typischerweise vorgegebene Winkel mit realen Materialen (nicht auf Papier!) konstruiert werden. Nützlich wäre deshalb für die entsprechenden Lernenden, sie würden Erfahrungen damit mitbringen.
- Wie schon oben bei unter *Geometrische Darstellungen* allgemein erwähnt, wäre es aus der Sicht der Berufsbildung im Hinblick auf eine Reduktion der Fülle von Kompetenzstufen zweckmässig, alles, was mit klassischer Geometrie, mit Konstruieren mit Zirkel und Lineal etc. zu tun hat, als „Erweiterung“ zu kennzeichnen.