Die spezielle Sprache von Mathematikaufgaben

Hansruedi Kaiser 2007/2016

1 Grundproblematik

Beim Verstehen von schriftlichen Aufgaben in der Mathematik stellen sich einmal dieselben Probleme, wie beim Verstehen eines jeden Textes. Darüber hinaus wird das Verstehen aber oft noch zusätzlich erschwert, denn bei der Formulierung von Mathematikaufgaben gelangt eine sehr spezielle Sprache zur Anwendung (Laborde, 1990; Gürsoy, 2013). Typische Beispiele:

„Bei 8 Stunden täglicher Arbeitszeit werden auf einem Drehautomaten 93 Wellen bearbeitet."

„Regula verdient monatlich Fr. 3480.-. Im neuen Jahr wird ihr eine Teuerungszulage von 3.5% gewährt. Dazu erhält sie einen 13. Monatslohn, der mit 8.4% des Jahreslohnes berechnet wird."

Diese Sprache ist sehr knapp. Alle Informationen werden so kompakt wie möglich verpackt. Daher ist sie oft sogar deutlich schwerer zu verstehen, als andere Texte. Vergleicht man bspw. Aufgaben in Mathematiktests mit Aufgaben in Deutschtests, so zeigt sich, dass die Mathematiktests typischerweise mehr Wörter pro Satz, mehr verschiedene Wörter pro Satz und mehr Artikel und Präpositionen pro Satz enthalten als die Deutschtests! (Gürsoy, 2013)

2 Stolpersteine auf der Wort und Satzebene

Auf der Satzebene führt das dazu, dass die Formulierungen jede Menge Stolpersteine enthalten, welche ein Verstehen erschweren. Typische Stolpersteine, welche meist durch andere Formulierungen umgangen werden können, sind unter anderem:

1. **Synonyme:** Oft wird innerhalb derselben Aufgabe auf dasselbe mit einer ganzen Reihe synonymer Begriffe verwiesen. Ein häufiges Beispiel dafür ist „Lohn", „Salär", „Gehalt", „Zahltag", etc. Dies belastet das Verstehen, da jedes Mal geklärt werden muss, ob wirklich dasselbe gemeint ist. Einfacher ist es, denselben Begriff durch die ganze Aufgabe durchzuziehen.
2. **Zusammengesetzte Wörter:** Zusammensetzungen wie „Drehautomaten" (erstes Beispiel oben), „Betriebsinhaber", „Nichtbetriebsunfallversicherung" und „aufeinandergestapelt" stellen unter anderem Fremdsprachige vor Schwierigkeiten, da diese Wörter im Prinzip „von hinten" gelesen werden müssen (eine „Nichtbetriebsunfallversicherung" ist in erster Linie einmal eine Versicherung). Wo dies sinnvoll möglich ist, erleichtert eine Zerlegung, wie etwa „eine Versicherung für Unfälle ausserhalb der Arbeitszeit", die Verständlichkeit (für Fachbegriffe vgl. unten)
3. **Nominalisierung:** „Nach Ablauf", „beim Verkauf", „Arbeitszeit" (erstes Beispiel oben) und ähnliche Konstruktionen werden häufig anstelle der entsprechenden Verben eingesetzt, da sie den Text kompakt machen. Die entsprechende Umschreibung mit einem Verb ist leichter verständlich („nachdem … abgelaufen ist", „wenn er … verkauft", „wenn wir … Stunden arbeiten").
4. **Genetivkonstruktionen:** Ähnlich sind Konstruktionen wie „Bei 8 Stunden täglicher Arbeitszeit" (erstes Beispiel oben) oder „Nach Ablauf einer Frist von drei Tagen" schwerer verständlich, als entsprechende Formulierungen wie „nachdem eine Frist von drei Tagen verstrichen ist" oder „wenn wir jeden Tag 8 Stunden arbeiten".
5. **Passivkonstruktionen:** Konstruktionen wie „93 Wellen werden bearbeitet" (erstes Beispiel oben) oder „Eine Bohrmaschine wurde vor 2 Jahren erworben" werden oft

verwendet, wenn der Vorgang wichtiger ist als der Akteur. Sie sind aber schwerer verständlich als ihre aktiven Gegenstücke wie „Wir bearbeiten 93 Wellen." oder „Er erwarb eine Bohrmaschine".

6. **Entscheidende Präpositionen**: "Wie viel Prozent liegt der Verbrauch bei 180 km/h über dem Verbrauch bei 100 km/h?". Das einzelne, kurze Wort „über" ist absolut zentral für das Verständnis der Frage. Übersieht man es oder kann man es nicht richtig interpretieren, ist eine korrekte Antwort nur per Zufall möglich.
7. **Logische Beziehungen:** Die Sprache bietet eine Vielzahl von Möglichkeiten, mit knappen Mitteln dieselbe logische Beziehung darzustellen. Ein gutes Beispiel dafür ist die Angabe eines Grundes, einer Bedingung durch „weil", „da", „bei" (erstes Beispiel oben), „wenn" etc. Dabei ist gerade „bei" besonders schwierig, da es praktisch nur in Mathematikaufgaben vorkommt – dafür sehr häufig – und eine ganz andere Bedeutung hat, als das „bei" in der Alltagssprache („zuhause bei meinem Bruder").

Neben diesen Stolpersteinen, die durch die spezielle Verwendung der sprachlichen Mittel entstehen und die durch eine geeignete Umformulierung vermieden werden können, existiert noch ein weiterer Stolperstein, der nicht so leicht zu umgehen ist:

8. **Fachbegriffe:** Fachbegriffe stellen v.a. dann ein Problem dar, wenn sie gleich lauten wie Begriffe aus der Alltagssprache aber eine andere, fachspezifische Bedeutung haben („Welle" im ersten Beispiel oben). Ob sie zum Problem werden, hängt dabei natürlich im Wesentlichen davon ab, wie vertraut die Lernenden mit den entsprechenden Fachbegriffen schon sind. Aber auch dann kann noch der Bedeutungshof der alltäglichen Verwendung des Begriffs hineinspielen und zu Verwirrungen führen. Wichtig ist deshalb, dass mit den Lernenden geklärt wird, welche Assoziationen sie mit Fachbegriffen verbinden.

3 Fehlender roter Faden bei mehreren Sätzen

Erstreckt sich der Text von Mathematikaufgaben über mehrere Sätze, dann erwähnt er typischerweise alles Wesentliche nur gerade einmal (vgl. das zweite Beispiel oben). Dadurch wird das Verstehen des Textzusammenhanges stark erschwert. Abhilfe kann man schaffen, indem man durch Wiederholungen Redundanz einbaut und dadurch Verbindungen zwischen den Sätzen schafft. Eine Möglichkeit, dies systematisch zu tun, bietet das Konzept von *Thema und Rhema*.

3.1 Thema und Rhema

Jede sprachliche Äusserung, jeder Satz kann in *Thema* und *Rhema* zerlegt werden.

Das *Rhema* ist der Teil des Satzes mit der wichtigsten Information des Sprechers für den Hörer. Er enthält das Neue der Mitteilung, ist der informationelle Aussagekern. Was genau das Rhema ist, hängt stark von dem ab, was vorher gesagt wurde. Z. B. in *Morgen gehe ich zum Arzt,* ist *morgen* Rhema, wenn die Frage *Wann gehen Sie zum Arzt?* vorausging. War die Frage hingegen *Wohin gehen Sie morgen?* dann ist *zum Arzt* das Rhema.

Das Thema dagegen ist der Teil eines Satzes, der wenig neue Information bietet, der die Verbindung zum bereits Gesagten, zu Bekanntem herstellt. In *Morgen gehe ich zum Arzt* ist in beiden Beispielen oben *gehe ich* das Thema. *Gehe ich* greift einen Teil des vorangehenden Satzes auf und bettet so das, was neu kommt (das Rhema), im bereits Gesagten ein.

„Thema" und „Rhema" kommen aus dem Griechischen. Im Englischen sind auch die Begriffe „topic" und „comment" gebräuchlich.

3.2 Fortschreitende Überlappung

Die Leseforschung zeigt (Schnotz, 1987, 1994), dass Texte unter anderem dann als flüssig lesbar gelten, wenn erstens ein *Thema* so lange wie möglich durchgezogen wird, und wenn zweitens das *Thema* immer wieder explizit erwähnt wird. Z.B.

Regula verdiente bisher monatlich Fr. 3480.-.
Im neuen Jahr erhält sie nun jeden Monat 3.5% mehr.
Der Grund dafür ist eine entsprechende Teuerungszulage.
Zu den normalen monatlichen Auszahlungen hinzu wird ihr jedes Jahr ein 13. Monatslohn ausbezahlt.
Dieser beträgt 8.4% der Summe der monatlichen Auszahlungen.
Wie viel verdient sie im neuen Jahr insgesamt?

Der erste Satz setzt den Rahmen für die weiteren Sätze. Da diesem Satz nichts vorangeht, macht es keinen Sinn für diesen Satz selbst *Thema* und *Rhema* zu unterscheiden. Beim zweiten Satz bilden *erhält sie … jeden Monat* das Thema. Sie greifen explizit den im ersten Satz gesetzten Rahmen auf. Rhema wäre *im neuen Jahr … nun … 3.5% mehr.* Im dritten Satz wird mit *dafür* das *Thema* nur ganz minimal aufgegriffen, der Rest ist neue Information und damit *Rhema*. Im vierten Satz wird das bisherige *Hauptthema* mit *den normalen monatlichen Auszahlungen* wieder ausführlich aufgegriffen. *Rhema* ist die Information *hinzu wird jedes Jahr ein 13. Monatslohn ausbezahlt*. Im letzten Satz kann man sogar zwei *Themen* ausmachen, einmal das *Grundthema der monatlichen Auszahlungen* und dann ganz knapp mit *dieser* eine Anknüpfung an das neue *Thema* des 13. Monatslohns. *Rhema* ist die Information *beträgt 8.4% der Summe*. Die Frage knüpft dann mit *im neuen Jahr* an ein im zweiten Satz eingeführtes *Thema* an. *Wie viel verdient sie … insgesamt* bildet hier so etwas wie das Rhema.

3.3 Warum erleichtert dies das Lesen?

Der Vorgang beim Lesen (oder überhaupt des Verstehen von Sprache) kann grob so beschrieben werden, dass fortschreitend Informationsbrocken aus dem Text an Schemata assimiliert werden und so Bedeutung erhalten. Im Wesentlichen gibt das *Thema* Hinweise darauf, welches Schema benutzt werden soll. Die zu assimilierenden Informationsstücke bilden das *Rhema*.

Lesen ist relativ einfach und mühelos, wenn einmal das richtige Schema gefunden wurde. Dies wird erleichtert, wenn einerseits das Schema, d.h. das *Thema* so wenig wie möglich gewechselt wird, und wenn andererseits immer explizit erkennbar ist, dass immer noch dasselbe *Schema/Thema* gilt.

4 Literatur

Gürsoy, E., Benholz, C., Renk, N., Prediger, S., & Büchter, A. (2013). **Erlös = Erlösung? – Sprachliche und konzeptuelle Hürden in Prüfungsaufgaben zur Mathematik**. *Deutsch als Zweitsprache, 1, 14-24*.

Laborde, C. (1990). **Language and Mathematics**. In: *Nesher, P. & Kilpatrick, J.: Mathematics and Cognition. A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge MA., Cambridge University Press: 53-69.*

Schnotz, W. (1987). **Mentale Kohährenzbildung beim Textverstehen**. *Forschungsbericht Nr. 42. Tübingen, Deutsches Institut für Fernstudien an der Universität Tübingen.*

Schnotz, W. (1994). **Aufbau von Wissensstrukturen: Untersuchungen zur Kohärenzbildung bei Wissenserwerb mit Texten**. *Weinheim, Psychologische Verlagsunion.*

WWW: *Mit den Suchbegriffen „Thema Rhema“ findet man zu diesem Thema einige nützliche Seiten im Internet.*