Hansruedi Kaiser

Bausteine für ein Konzept zur Förderung alltags-mathematischer Kompetenz

Teil 1
Alltagsmathematik – eine Einführung
Aktuelle Kursbeispiele

Teil 2
Didaktisches Begleitmaterial

SVEB
FSEA

Schweizerischer Verband für Weiterbildung
Fédération suisse pour la formation continue
Federazione svizzera per la formazione continua
Swiss Federation for Adult Learning

Schweizerischer Verband für Weiterbildung
Oerlikonerstrasse 38
8057 Zürich

Im Auftrag des
Staatssekretariats für Wirtschaft SECO

Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Volkswirtschaftsdepartement EVD
Staatssekretariat für Wirtschaft SECO

regionen“ vertraut machen, zwischen denen ein Transfer nicht so einfach funktioniert. Z.B. sind das Teilen durch eine ganze Zahl, wo das Resultat kleiner ist als der Ausgangswert, und das Teilen durch einen echten Bruch, wo das Resultat grösser ist als der Ausgangswert, für viele Menschen zwei verschiedene Welten, auch wenn die akademische Mathematik in beiden Fällen von derselben Operation spricht.

2.5 Drei Welten, vier Bedürfnisse

2.5.1 Drei Welten

Ein zentrales Problem bei alltagsmathematischen Aufgaben ist, dass man sich zu ihrer Bearbeitung gleichzeitig und koordiniert in drei Welten bewegen muss:

- **Dinge:** Sofern es nicht um reine Rechnungsübungen geht, steht im Zentrum immer eine reale Aufgabe, die gelöst werden muss. Dabei geht es um reale „Dinge“. Man sollte wissen, wie viele Karotten einzukaufen sind, damit nach der Verarbeitung genügend Essen auf den Tisch kommt. Oder man möchte wissen, wie breit man einzelne Bretter zuschneiden muss, damit sie verleimt eine Platte für den Esstisch ergeben. Für die Lösung der realen Aufgabe spielt meist Vieles eine Rolle, das nichts mit Mathematik und Rechnen zu tun hat. So können etwa Bretter aus physikalischen Gründen weder beliebig dünn noch beliebig lange sein. Gerade diese aussermathematischen Aspekte können aber oft helfen, Lösungen auf ihre Plausibilität zu überprüfen.
- **Konzepte:** Die reale Aufgabe muss in ein mathematisches Modell übersetzt werden. An die Stelle bestimmter, für die Problemlösung wichtiger Eigenschaften der „Dinge“, treten Zahlen als abstrakte Grössen. Zahlen sind wie Legobausteine. Wenn man sie geschickt kombiniert, lassen sich damit reale Problemsituationen mehr oder weniger getreu abbilden. Die Zahlen haben gewisse fixe Eigenschaften. Kennt man diese, so kann man das Modell derart umformen, dass die Lösung leicht zu erkennen ist.

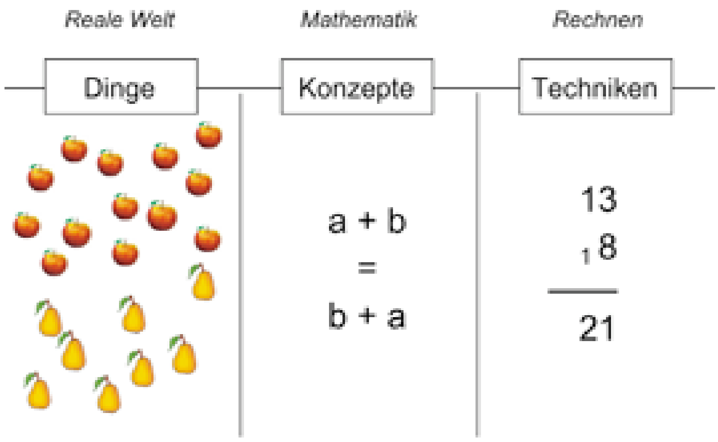

Abb. 3: Die drei Welten alltagsmathematischer Aufgaben

- **Techniken:** Als Lösungen für konkrete Probleme sind aber meist konkrete Grössen gefragt. Um diese zu errechnen, müssen deshalb die Zahlen im mathematischen Modell durch konkrete Grössen ersetzt werden. Diese werden in einer bestimmten Notation geschrieben. Abhängig von der Notation und vom gewählten mathematischen Modell lassen sich dann bestimmte Rechentechniken einsetzen, um die Grösse zu erhalten, welche der Lösung entspricht. Diese Rechentechniken sind Verfahren, welche ihre eigenen, vom gewählten mathematischen Modell unabhängigen Schwierigkeiten und Stolpersteine bergen (z.B. Zehnerübergänge).

Betreibt man Alltagsmathematik, steht man also vor vielfältigen Aufgaben. Man muss mindestens:

- jede dieser drei Welten ausreichend beherrschen (Problemlösen, Mathematisieren, Rechnen).
- die drei Welten im Rahmen einer Problemlösung koordinieren.

2.5.2 Vier Bedürfnisse

Schwierigkeiten alltagsmathematischer Natur können in jeder der drei Welten ihren Ausgangspunkt haben. Je nach Ursprung sieht eine sinnvolle Hilfestellung anders aus.

1. Situatives Problem

Hat die Schwierigkeit ihren Ursprung in der Welt der Dinge, dann steht im Zentrum das Bedürfnis, eine ganz konkrete Situation zu meistern. Es kann beispielsweise um die Frage gehen, zu welcher Zeit man von zu Hause aufbrechen muss, damit man rechtzeitig für ein Vorstellungsgespräch an einem bestimmten Ort in einer anderen Stadt eintrifft.

Ausgangspunkt ist in diesem Fall die reale Welt. Ziel ist es, genau dieses Problem in Zukunft kompetent lösen zu können. Die Problemstellung dient hier nicht als didaktischer Aufhänger, um z.B. „Fahrplanlesen“ ganz allgemein zu üben. Die Person, welche die Frage stellt, möchte eine echte Lösung erarbeiten mit allem, was dazugehört. Dazu könnte beispielsweise die Information zählen, wo man Fahrpläne erhält, aber auch das Abschätzen der für einen Fussweg benötigten Zeit mit Hilfe eines Stadtplans. Im Rahmen dieser Gesamtlösung kann es dann unter Umständen zweckmässig sein, auch ein bisschen Fahrplanlesen zu üben. Im Allgemeinen wird die Lösung aber aus einem ganzen Mix von Problemlösetechniken, Rechentechniken und Hilfsmitteln wie Tabellen etc. bestehen.

Wichtig ist deshalb, dass man in diesem Fall immer ganz nahe am Ausgangsproblem bleibt und mit der betroffenen Person zusammen eine Lösung erarbeitet, welche für sie umsetzbar ist. (Betroffen kann natürlich auch eine ganze Gruppe von Personen sein, welche sich in unterschiedlichem Ausmass mit derselben Schwierigkeit konfrontiert sehen.) Erklärungen und Übungen haben sich diesem Ziel unterzuordnen. Das für die Lösung notwendige Rüstzeug muss zusammen mit der betroffenen Person sorgfältig erarbeitet und getestet werden.

2. Konzeptionelles Problem

Hat die Schwierigkeit ihren Ursprung in der Welt der Mathematik, dann geht es darum, ein bestimmtes mathematisches Konzept zu verstehen – zum Beispiel „Prozente“.

Den Ausgangspunkt bildet in diesem Fall eine Verständnisfrage. Die Person, welche das Problem vorbringt, fühlt sich jedes Mal unsicher, wenn das entsprechende mathematische Konzept im Alltag auftritt. Natürlich kann sie Beispiele für solche Situationen nennen. Diese bilden einen guten Ausgangspunkt für eine Auseinandersetzung. Im Gegensatz zum „situativen Problem“ (vgl. 0) steht aber hier die konkrete Bewältigung dieser alltäglichen Situationen nicht im Zentrum.

In diesem Fall ist es wichtig, mit der betroffenen Person zusammen eine Darstellung des Konzepts zu erarbeiten, welche für sie fassbar ist. Eine Möglichkeit besteht darin, die Struktur des mathematischen Konzepts und das Zusammenspiel der drei Welten zu modellieren, bis ein Bild entsteht, das sich einprägt. Beim Konzept „Prozente“ kann das beispielweise ein Diagramm sein, in welchem das Verhältnis des Teils und des Ganzen sichtbar wird. Das Zusammenspiel der drei Welten würde sich dann in Regeln niederschlagen, wie man vom realen Problem zum Diagramm gelangt und wie sich daraus die notwendigen Rechenschritte ergeben.

3. Technisches Problem

Als Drittes besteht die Möglichkeit, dass der Umgang mit einem (rechentechnischen) Verfahren Schwierigkeiten bereitet. So kann es sein, dass eine Person zwar durchaus in der Lage ist, die Zutaten aus einem Kochrezept herauszulesen und die angegebenen Mengen bereitzustellen, dass sie aber Mühe hat, die Mengenangaben auf eine andere Anzahl Personen umzurechnen.

Ausgangspunkt ist in diesem Fall der Wunsch nach einem geeigneten Verfahren. Ein entsprechender Bedarf kann etwa ihm Rahmen der Bearbeitung eines situativen Problems (vgl. 2.1) auftreten, wenn einfache, massgeschneiderte Lösungen wie z.B. eine Umrechnungstabelle nicht genügen. Der Auslöser ist also meist eine spezifische Problemsituation und später wird diese auch als Prüfstein dafür dienen, ob das ausgewählte Verfahren angewendet werden kann. Die Auseinandersetzung mit dem Verfahren ist aber bis zu einem gewissen Grad losgelöst von dieser Ausgangsituation.

Kennt die Person bereits ein mathematisches Verfahren, welches für die Erarbeitung einer Lösung brauchbar ist, so macht es keinen Sinn, ihr ein neues vermitteln zu wollen. Daher ist es zuerst einmal wichtig, in Erfahrung zu bringen, was die Person schon kann. Anschliessend kann man bei Bedarf das bekannte Verfahren etwas verfeinern – oder im Extremfall durch ein effizienteres ersetzen. Danach gilt es, dieses Verfahren mit der lernenden Person so oft durchzuspielen, bis sie den Ablauf versteht und die anfänglich unvermeidbaren Anwendungsprobleme überwunden hat. Anfangs sind Hilfestellungen notwendig. Mit der Zeit sollten diese wegfallen.

4. Fehlende Automatismen

Die Schwierigkeit könnte schliesslich darin liegen, dass ein Verfahren zu wenig automatisiert ist und deshalb im Alltag nicht routinemässig angewandt werden kann. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn einer Person das Herausgeben des Wechselgeldes an der Kasse in der Kantine Mühe bereitet.

Der Ausgangspunkt bildet in diesem Fall die fehlende Sicherheit bei einem sich wiederholenden Ablauf. Die Situation, in welcher die Fertigkeit genau eingesetzt wird – ob also das Wechselgeld in der Kantine, auf dem Markt oder an der Supermarktkasse abgezählt werden muss – ist relativ gleichgültig. Die Routine kann also unabhängig vom Anwendungskontext eingeübt werden.

Entscheidend ist hier, dass die Person zuerst einmal ein geeignetes Verfahren beherrscht (vgl. 3. Technisches Problem). Anschliessend geht es darum, anhand von geeigneten Übungen (Übungsblätter, computerbasierte Lernprogramme etc.) das Verfahren so lange zu üben, bis sich die gewünschte Sicherheit einstellt.

2.5.3 Kursformate

Die vier beschriebenen Bedürfnisse können zwar in beliebiger Zusammensetzung auftreten. Es lassen sich aber einige Zielgruppen unterscheiden, bei denen ganz klar das eine oder andere Bedürfnis im Zentrum steht. Jeder dieser Zielgruppen entspricht ein spezifisches Kursformat.

1. Automatismen erwerben

Für die Ausübung gewisser (beruflicher) Aufgaben ist das Vorhandensein einzelner Automatismen unverzichtbar. Ein gutes Beispiel für eine solche Aufgabe ist das Abzählen des Wechselgeldes im Verkauf oder im Gastgewerbe.

Personen, welchen ein zentraler Automatismus fehlt, benötigen ein Angebot, bei dem sie genau diesen Automatismus einüben können. Dabei ist vor dem Üben sicherzustellen, dass die Teilnehmenden überhaupt über ein Vorgehen verfügen, welches für die Bewältigung ihrer alltagsmathematischen Aufgabe geeignet ist. Ist dies der Fall, können die Teilnehmenden weitgehend individuell mit Hilfe von Übungsblättern oder geeigneten computerbasierten Lernprogrammen arbeiten.

Das Ziel des Kurses ist für die einzelnen Teilnehmenden erreicht, wenn Sie die nötige Routine und Sicherheit erworben haben.

2. Konkrete Aufgaben bewältigen

Oft wird das Defizit allerdings nicht so klar lokalisiert sein, sondern es besteht ein allgemeineres Bedürfnis, eine bestimmte Situation aus dem privaten oder beruflichen Alltag in ihrer Ganzheit bewältigen zu können. Ein Beispiel ist das oben erwähnte Planen einer Anreise zu einem Vorstellungsgespräch. Ein anderes Beispiel wäre die Aufgabe, als Baggerfahrer einen Laster mit Sand, Erde oder Kies zu beladen ohne ihn dabei zu überladen. Je nach Material und dessen Eigenschaften (wie Feuchtigkeit etc.) ist der kritische Punkt mehr oder weniger schnell erreicht, was auf geeignete Art berücksichtigt werden muss.

In diesem Fall werden Angebote benötigt, welche den Aufbau des nötigen alltagsmathematischen Rüstzeugs zur Bewältigung einer bestimmten Situation (oder einer Gruppe von Situationen) zum Ziel haben. Mit den Teilnehmenden werden spezifische, auf ihre persönliche Situation und ihre Möglichkeiten ausgerichtete Lösungen erarbeitet. Die Personen verbleiben so lange im Kurs, bis sie mit den entsprechenden Situationen zurechtkommen.

3. Sich auf eine Ausbildung vorbereiten

Bei den vorangegangenen beiden Angeboten steht der unmittelbare Nutzen des Erlernten im Zentrum (Gebrauchswert). Etwas anders sieht die Situation aus, wenn gewisse mathematische Kompetenzen für den Einstieg in eine Ausbildung benötigt werden. Dabei ist keineswegs immer klar, ob diese Kompetenzen einen direkten Nutzen haben. Sie werden aber als

Eintrittsticket benötigt und oft in Form von Aufnahmeprüfungen und -tests abgefragt (Tauschwert). Beispiele für Personen mit dieser Art von Bedürfnissen sind Jugendliche, welche sich im Rahmen eines Motivationssemesters auf eine bestimmte berufliche Grundausbildung vorbereiten, oder Arbeitslose, welche an einer Umschulung teilnehmen möchten, um ihre Chancen auf eine Arbeitsstelle zu erhöhen.

In diesem Fall werden Angebote benötigt, welche auf die entsprechenden Aufnahmeprüfungen bzw. die formalen Aufnahmekriterien der angestrebten Ausbildung ausgerichtet sind. Oft kann man dabei davon ausgehen, dass die Teilnehmenden zwar einiges an Vorwissen mitbringen, dass sie aber Mühe haben, die einzelnen Teile ihres Wissens zueinander in Beziehung zu setzen. Entsprechend steht die Bearbeitung konzeptioneller Probleme im Vordergrund.

Vordergründig ist das Ziel in diesem Fall erreicht, wenn die Teilnehmenden die angestrebte Aufnahmeprüfung erfolgreich bestehen. Ob man dieses Ziel erreicht, kann anhand von Simulationen der entsprechenden Prüfungen kontrolliert werden. Über die Aufnahmeprüfung hinaus geht es aber natürlich auch darum, die Teilnehmenden zu befähigen, der anschliessenden Ausbildung zu folgen. Um effektiv auf dieses Ziel hinarbeiten zu können, braucht man eine klare Vorstellung von der Art des Unterrichts in diesen Ausbildungen.

2.6 Entwurf zu einem Kompetenzprofil Alltagsmathematik

Wenn eine Person eine alltagsmathematische Situation erfolgreich bewältigen möchte, so muss sie verschiedenartige Erfahrungen, Kenntnisse und Fertigkeiten aktivieren und zusammenspielen lassen. Das Folgende ist ein Versuch, die wesentlichen Elemente alltagsmathematischer Kompetenz geordnet darzustellen. Zu diesem Zweck wurde die Darstellungsform des Kompetenzprofils gewählt. Dies hat unter anderem den Vorteil, dass dadurch der Anschluss an Projekte wie HarmoS oder die Bildungsstandards der deutschen Kultusministerkonferenz ermöglicht wird, welche ebenfalls mit Kompetenzprofilen arbeiten. Wie sich im Folgenden zeigt, führt diese Wahl jedoch dazu, dass nicht alle Aspekte alltagsmathematischer Kompetenz gleich gut darstellbar sind.

Zurzeit sind verschiedene Kompetenzprofile im Bereich Mathematik in Erarbeitung, unter anderem im Rahmen des schon erwähnten Projekts HarmoS. Grundsätzlich sollten diese verschiedenen Profile miteinander abgeglichen werden. Dies ist aber zum jetzigen Zeitpunkt nicht möglich, da etwa die für die Schweiz zentralen Resultate des Projekts HarmoS noch nicht öffentlich zugänglich sind. Das hier zusammengestellte Kompetenzprofil ist daher als Entwurf zu verstehen, der bei Gelegenheit bereinigt werden muss.

In den folgenden Abschnitten 1 bis 3 wird kurz dargestellt, welche Dimensionen im Kompetenzprofil Alltagsmathematik eingesetzt werden, um die notwendigen Kenntnisse und Fertigkeiten übersichtlich zu ordnen. Abschnitt 4 enthält einige Überlegungen zu einem sinnvollen Einsatz des Profils. Unter Abschnitt 5 finden sich schliesslich die Kann-Formulierungen des Kompetenzprofils.