Dieser Text wurde heruntergeladen von der Website fachrechnen.ch.
Verweise mit fachrechnen: *beziehen sich auf weitere Texte, die dort gefunden werden können.*

Hansruedi Kaiser

Fachrechnen vom Kopf auf die Füsse gestellt
Didaktisches Grundmodell

Die Wahl der richtigen Leiter – ein Beispiel in *Acht Schritten*

0 Einleitung

„Berufsfelddidaktik - Fachrechnen und Mathematik" ist ein Ausbildungsmodul für angehende Fachkundelehrpersonen an Berufsfachschulen. Die Ausbildung erfolgt berufsbegleitend, so dass die Teilnehmenden gleich versuchen können und sollen, das Behandelte in ihrem Unterricht umzusetzen. Patrik Severini und Sándor Pongrácz haben in diesem Rahmen einen Versuch mit den *Acht Schritten* gewagt (*fachrechnen: Acht Schritte*).

Für einen ersten Umsetzungsversuch der *Acht Schritte* ist ihnen vieles gut gelungen. Das Ganze schlägt einen schönen Bogen von einer gut gewählten Einstiegsaufgabe zu einem praktisch brauchbaren Spickzettel – wenn auch manchmal zwischendurch die konsequente Ausrichtung auf die Bewältigung einer konkreten Berechnungssituation etwas verloren geht.

Speziell interessant ist am Versuch von Patrik Severini und Sándor Pongrácz, dass sie ein doppeltes Ziel verfolgen. Einerseits geht es ihnen ganz im Sinne der *Acht Schritte* darum, die Lernenden für eine ganz konkrete Situation handlungsfähig zu machen. Andererseits nutzen sie die Gelegenheit aber auch, um gleichzeitig gewisse Abstraktionen und Begriffe einzuführen, die später wieder von Bedeutung sein werden.

Ausgangspunkt der Arbeit war der entsprechende Schullehrplan für die Elektroinstallateure.[1] Dort sind für das zweite Semester sieben Lektionen Trigonometrie vorgesehen. Basis für diese Stelle im Schullehrplan ist das Leistungsziel 3.1.2b aus dem Bildungsplan: „Die Lernenden führen Berechnungen mit geometrischen Grössen aus und verwenden dazu auch trigonometrische Kenntnisse."

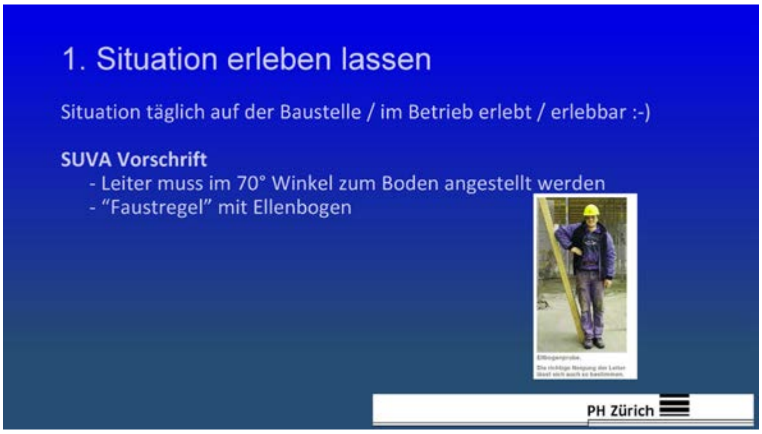
Die beiden Lehrer trifft keine Verantwortung dafür, dass der Bildungsplan an dieser Stelle nicht wirklich hilfreich ist. Er präzisiert weder, welche Berechnungen gemeint sind, noch wozu dabei trigonometrische Kenntnisse von Nutzen sein könnten. Klar ist einzig, dass er nicht vorschreibt, dass Trigonometrie im ersten Lehrjahr behandelt werden muss. Die Verantwortung für diese Vorschrift tragen die Autoren des Schullehrplans. Sie wollten wohl mit den sieben Lektionen Trigonometrie im ersten Lehrjahr eine „Grundlage" legen für die spätere Behandlung des Wechselstromes bzw. gewisser Berechnungen im Rahmen der Beleuchtungstechnik.

Entsprechend dieser Ausgangslage haben die beiden Lehrer eine Situation gesucht, anhand der sie im ersten Schuljahr Trigonometrie behandeln können. Diese Ausgangslage schlägt im Folgenden immer wieder durch. Zwar wird sehr wohl an verschiedenen Stellen ganz konkret über Leitern geredet. Zwischendurch verflüchtigt sich dieser konkrete Bezug und es wird deutlich, dass die gewählte Berechnungssituation eigentlich zweitrangig ist. Sie dient nur als „Beispiel" für Trigonometrie, als Ausgangspunkt für einen späteren (vertikalen?) Transfer.

---

[1] Die Folien stammen aus der Präsentation, mit der die Autoren ihre Erfahrungen der Gesamtgruppe vorstellten. Die Kommentare unterhalb der Folien sind von mir. In Normalschrift erscheint eine kurze Zusammenstellung dessen, was die beiden Autoren anlässlich der mündlichen Präsentation ihrer Arbeit gesagt haben. *Kursiv folgen dann Anmerkungen aus meiner Sicht.*

1 Warten, bis die Lernenden mit der Situation schon Erfahrungen gemacht haben

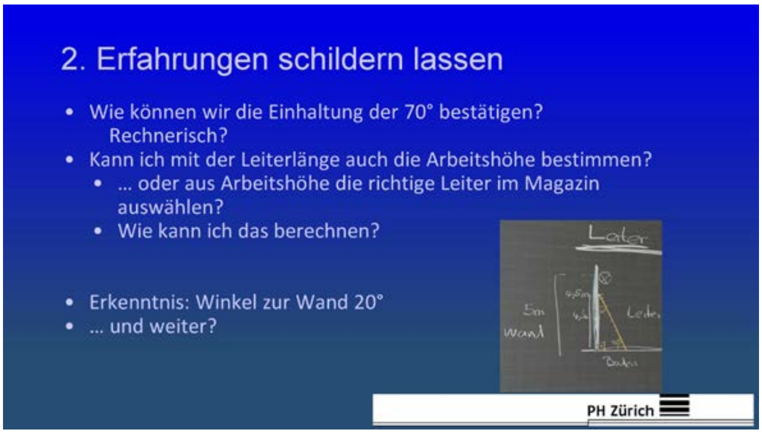


Im Zentrum steht eine Situation, welche alle Lernenden in der zweiten Hälfte des ersten Lehrjahres kennen sollten: Eine Leiter so hinstellen, dass sie weder wegrutscht noch umkippt. Die SUVA schreibt einen Anstellwinkel von 70° vor. Praktisch kann man den Winkel überprüfen, indem man sich an den Fuss der Leiter stellt. Mit dem Ellbogen sollte man dann gerade noch die Leiter berühren können.

Diese praktische Faustregel beantwortet aber nicht die Frage, wie lange denn eine Leiter sein muss, damit man mit ihr – korrekt angestellt – eine bestimmte Höhe erreichen kann. Oder anders gesagt, welche Leiter man mitnehmen muss, wenn man auf einer bestimmten Höhe arbeiten will.

Interessant ist der subtile Unterschied zwischen dem Titel des ersten Schritts der Acht Schritte *zwischen meiner und ihrer Formulierung. Bei mir heisst es „*Warten, bis die Lernenden mit der Situation schon Erfahrungen gemacht haben“, bei ihnen „Situation erleben lassen“*. Drückt hier der Berufsstolz der Lehrpersonen durch, von denen man doch nicht verlangen kann, dass sie nur warten? Auf jeden Fall ist* **warten** *ernst gemeint. Natürlich kann es sinnvoll sein, den Lernenden aktiv zu Erfahrungen zu verhelfen, wenn bestimmte Situationen im Betrieb kaum je vorkommen. Effizienter ist es aber zu warten und dann die Unterrichtszeit zu nutzen, um die vorhandenen Erfahrungen zu verarbeiten – nicht zuletzt, weil die Erfahrungen aus dem Betrieb und nicht die Erfahrungen aus der Schule für die Lernenden handlungsleitend sein werden.*

2 Die Lernenden schildern ihre Erfahrungen



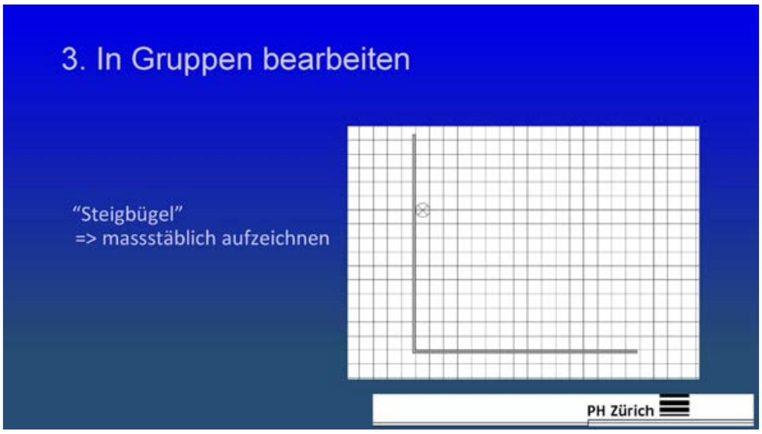
Für die Diskussion skizzierte der Lehrer folgende Situation an der Wandtafel: Es soll eine Lampe 5 m über Boden an einer Wand angeschlossen werden. Zuerst wurde gemeinsam die Frage besprochen, wo der Anstellpunkt der Leiter liegen soll. Man einigte sich auf 50 cm unterhalb der Lampe.

Der Lehrer lancierte dann die Diskussion mit der Frage: Wie lange muss nun meine Leiter sein, damit ich gut und sicher die Leuchte montieren kann?

Die Diskussion kreist um mehrere Fragen, d.h. es ist an dieser Stelle noch relativ offen, welches die eigentliche rechnerisch/mathematische Herausforderung ist, die angegangen werden soll: Den Winkel korrekt einhalten? Die richtige Leiter auswählen? Grundsätzlich entspricht dies dem Charakter von Schritt 2, wo die Lernenden möglichst viele, auch „nicht rechnerische“ Erfahrungen einbringen sollen. Mit der Frage nach der Länge der Leiter wird dann erstmals festgelegt, welche praktisch relevante Frage im Folgenden behandelt werden soll.

Die Diskussion wird durch den Lehrer relativ stark gesteuert, indem er eine bestimmte Situation vorgibt (Lampe 5 m über Boden), dann eine erste Frage klärte (Anstellpunkt 50 cm unterhalb) etc. Es wäre auch denkbar, diesen Schritt 2 wesentlich offener zu gestalten, etwa indem man einfach fragt „Wer musste schon einmal überlegen, welche Leiter sich für eine bestimmte Arbeit eignet? Und was habt ihr euch dabei überlegt?“

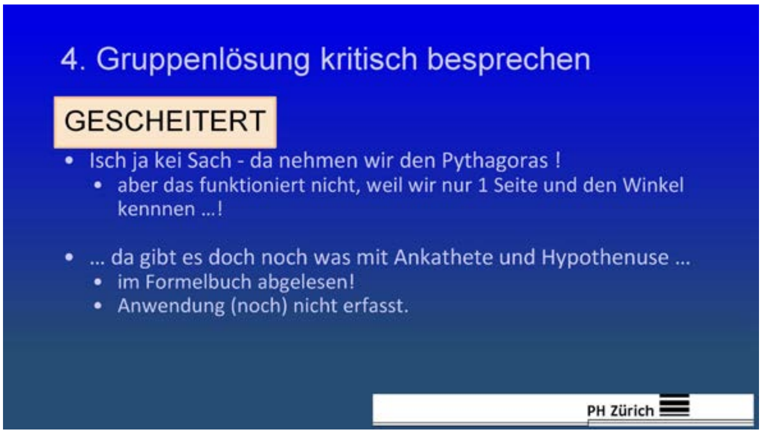
3 Die Lernenden lösen eine mittelschwere Aufgabe



Die Lernenden bearbeiten in Gruppen folgende Aufgabe: Wie lange muss eine Leiter sein, damit sie korrekt angestellt genau eine Höhe von 4.5 m erreicht? Die Lernenden sollten versuchen, diese Aufgabe zeichnerisch und rechnerisch zu lösen.

Die Aufgabe setzt konsequent bei der praktisch relevanten Frage an: Wie lange muss denn die Leiter sein, damit ich auf einer bestimmten Höhe arbeiten kann? Da auch zeichnerische Lösungen gewünscht werden, dürfte sie gut die Anforderungen an eine solche Einstiegsaufgabe erfüllen: Die Lernenden werden herausgefordert, sind aber nicht ganz verloren. Zeichnerisch sollte es allen möglich sein, ein Gefühl für die Situation und die Lösung zu entwickeln. Die rechnerische Lösung können dann aber wohl die meisten nicht einfach aus dem Ärmel schütteln.

4 Gemeinsam die Lösungen der Lernenden kritisch besprechen



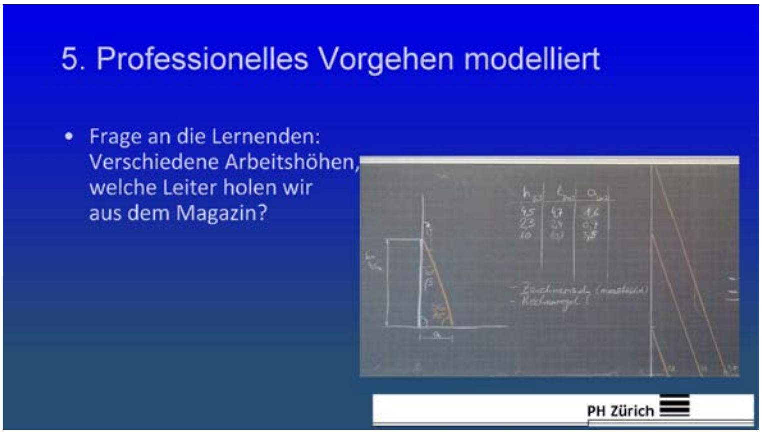
Verschiedene Lernende gingen in ersten, spontanen Reaktionen davon aus, dass die gewünschte Berechnung einfach sein würde: Es handelt sich ja um ein rechtwinkliges Dreieck. Und bei rechtwinkligen Dreiecken lässt sich der Satz des Phytagoras als Allzweckwerkzeug einsetzen. Sie mussten dann aber überrascht feststellen, dass in der Situation die Länge nur einer Seite des Dreiecks bekannt ist – die Höhe, die erreicht werden soll – und dass das nicht genügt, um mit dem Satz des Phytagoras arbeiten zu können.

Einige erinnerten sich dann dunkel an „Ankatheten“ und Ähnliches und fanden im Formelbuch auch etwas zu diesem Thema. Keine der Gruppen konnte aber damit die Aufgabe rechnerisch lösen.

Einige Gruppen lösten die Aufgabe zeichnerisch, indem sie die Situation massstäblich aufzeichneten und das Resultat herausmassen.

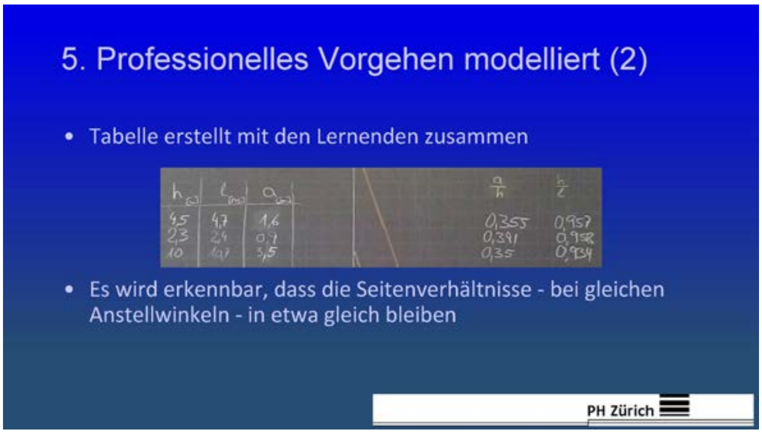
Das Beispiel zeigt schön, welche Erfahrungen Lernende bei diesem Schritt machen. Einige entdecken, dass ein bestimmtes, vertrautes Vorgehen hier nicht anwendbar ist (Phytagoras); andere erinnern sich an nützliche Wissensstücke, können diese aber nicht nutzen; und wieder andere kommen zu einer Lösung, allerdings auf einem Weg, der für den beruflichen Alltag zu umständlich ist. All das kann man im Schritt 5 aufgreifen, um das professionelle Vorgehen zu begründen.

5 Das Werkzeug an realistischem Beispiel modellhaft demonstrieren

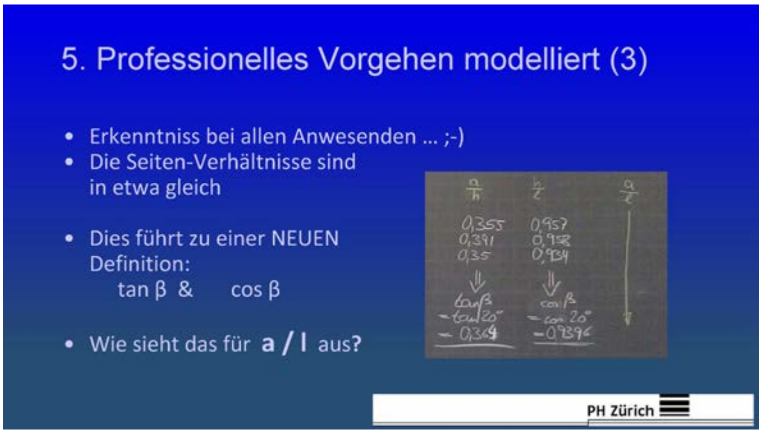


Die zentrale praktische Fragestellung findet hier ihre definitive Form: Es geht darum zu entscheiden, welche Leiter man in Abhängigkeit von der Arbeitshöhe einsetzt.

Vom Ablauf der Acht Schritte *her sollte diese Präzisierung nicht erst hier erfolgen. Besser ist, wenn das bereits im Verlauf von Schritt 2 geklärt wird, so dass die Lernenden bereits dort ihre Erfahrungen genau zu dieser Frage einbringen können. Praktisch wird es wohl meistens so sein, dass es über die ganze Zeit der Schritte 2 bis 4 dauert, bis allen Beteiligten wirklich klar ist, von welcher Situation die Rede ist. Denn je nachdem, wo die Lernenden zu Beginn des Unterrichts in Gedanken waren, kann es einige Zeit dauern, bis sie wirklich anwesend sind. Anfangs Schritt 5 muss dieser Punkt aber erreicht sein, da sonst die Gefahr gross ist, dass die Erklärungen nicht in dem Sinn verstanden werden, wie sie gemeint sind.*



Der Lehrer zeichnet an der Tafel verschieden lange Leitern, welche immer im gleichen Winkel angestellt sind. Er fordert die Lernenden auf, dies in Ihrem Arbeitsblatt nachzuvollziehen und dann die Seitenlängen der so entstehenden Dreiecke zu messen. Mit den Resultaten der Lernenden beginnt er eine Tabelle zu füllen. Als nächstes fordert er die Lernenden auf, die Verhältnisse a/h und h/l (a: Abstand des Fusses der Leiter von der Wand; h: Erreichte Höhe; l: Länge der Leiter) zu berechnen. Bei der anschliessenden Übernahme der Daten an der Tafel stellt der Lehrer dann fest, dass diese Verhältnisse unabhängig von der Länge der Leiter in etwa immer gleich gross sind.



Anschliessend führt der Lehrer für diese Verhältnisse die Begriffe „Tangens“ und „Cosinus“ ein.

Dieses Vorgehen wirft eine interessante Frage auf, die sich im Rahmen der Acht Schritte *immer wieder stellt. Grundsätzlich ist die Idee von Schritt 5, dass die Lehrperson als Experte/Expertin vormacht, wie man in der Situation professionell vorgeht, hier also, wie man professionell und praktisch die richtige Leiter auswählt. Dabei ist eine Grundannahme, dass für die allermeisten Fälle die Lernenden aus den ersten neun Schuljahren genügend Kenntnisse mitbringen, um einer solchen Vorführung folgen zu können.*

Was macht man nun, wenn diese Voraussetzung nicht gegeben ist, wenn die Lernenden noch nie etwas vom Sinus oder Cosinus gehört haben? Dann kann man natürlich versuchen, die entsprechende Grösse im Vorbeigehen mit einzuführen. Hier geschah das über den Hinweis, dass man sich bei der Beantwortung der Frage nach der richtigen Leiter den Umstand zu Nutze machen kann, dass das Verhältnis zwischen Länge und Höhe bei gleichem Anstellwinkel immer dasselbe ist. Und dass man dann diesem Verhältnis einen Namen gibt.

Kritisch anzumerken ist zum hier gewählten Vorgehen im Detail aber Dreierlei. a) Genau genommen ist die Einführung der Begriffe Sinus, Cosinus etc. zur Beantwortung der konkreten Frage – Welche Leiter nehme ich? – nicht notwendig. Zu wissen, dass die erreichte Höhe bei korrektem Anstellwinkel etwa 94% der Leiterlänge beträgt, genügt. b) Wenn man schon eines dieser Verhältnisse benennen will, dann wäre es aus der Situation heraus am naheliegendsten, den sin(α) zu wählen, da in der Vorschrift ja mit 70° der Winkel zwischen der Leiter und dem Boden und nicht der Winkel zwischen der Leiter und der Wand gegeben ist. c) Das „professionelle Vorgehen“ bricht mit der Einführung der Begriffe ab. Die eigentliche Frage der Wahl der Leiter wird nicht angegangen.

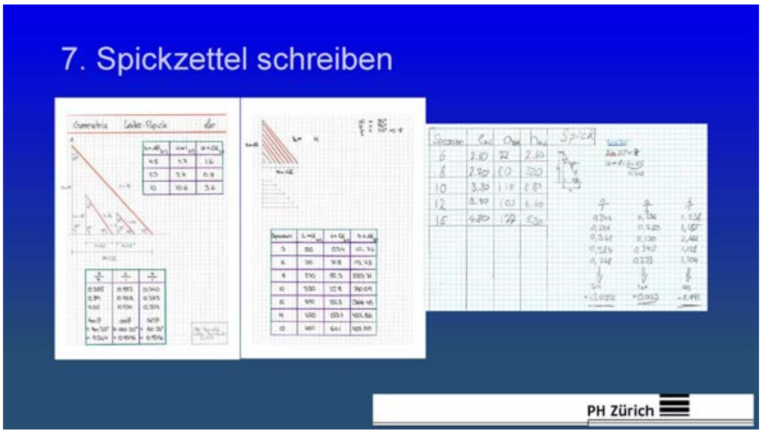
Alle drei Punkte sind selbstverständlich eine Folge davon, dass es eben nicht wirklich um die Wahl der richtigen Leiter geht, sondern darum am Beispiel der Leiter Trigonometrie zu betreiben. Dadurch werden die Acht Schritte *eigentlich auf den Kopf gestellt.*

6 Die Lernenden üben mit selbst erfundenen Beispielen

Die Lernenden erhielten den Auftrag, im Betrieb oder Zuhause selbst Leitern aufzustellen, auszumessen und ihre Anordnung fotografisch zu dokumentieren. Diese Beispiele wurden dann im Unterricht besprochen, indem die Lernenden ihre Situation schilderten, aufzeichneten und rechnerisch lösten. Dabei wurde immer auf die Einhaltung des 70° Anstellwinkels geachtet.

Auch hier macht sich weiterhin bemerkbar, dass die Situation nur „Beispiel“ ist. Im Gegensatz zur Aufgabe in Schritt 3 oder zur Einleitung zu Schritt 5, verschwindet hier die praktische Frage, wie lange eine korrekt angestellt Leiter sein muss, hinter einem allgemeinen Auftrag, die Verhältnisse zwischen den verschiedenen Seiten der Dreiecke zu explorieren.

7 Die Lernenden erarbeiten einen Spickzettel



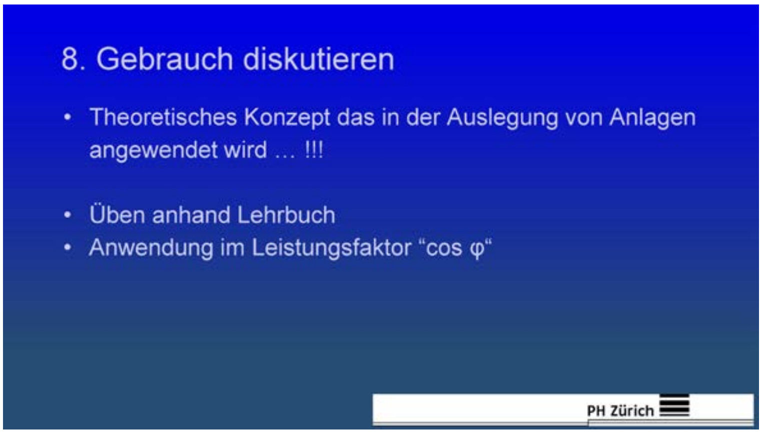
Die Lernenden stellten dann das Behandelte je für sich in Form eines Spickzettels dar. Auf dem Spickzettel dokumentierten sie einerseits ganz allgemein die Verhältnisse im rechtwinkligen Dreieck zusammen mit den Definitionen von Sinus, Cosinus und Tangens. Daneben hielten sie aber auch konkret in einer Tabelle für einige typische Längen fest, mit welcher Leiterlänge man welche Höhe erreicht. Ganz pragmatisch wurde dabei die Leiterlänge auch in Anzahl Sprossen festgehalten (unter der Annahme, dass der übliche Abstand zwischen zwei Sprossen etwa 28 bis 30 cm beträgt).

Die Spickzettel sind offenbar doppelter Natur. Einerseits enthalten sie ganz praktische, auf die Anwendungssituation bezogene Angaben: Mit welcher Leiterlänge (gemessen in Anzahl Sprossen) erreicht man welche Höhe und wie weit muss sie am Fuss von der Wand wegstehen, damit der verlangte Winkel erreicht ist? Im Gegensatz zu den vorangegangenen beiden Schritten wird hier also die konkrete Frage wieder aufgegriffen und so zu Ende geführt, dass mit der entsprechenden Tabelle ein im Alltag nutzbares Instrument entsteht.

Andererseits enthält der Spickzettel mit den Definitionen auch Angaben, welche in der konkreten Situation nicht wirklich relevant sind, die aber bei einer Trigonometrie-Prüfung oder vielleicht später bei einem neunen Thema von Bedeutung sein könnten. Das ist selbstverständlich eine mögliche Form, das Erreichte festzuhalten. Vielleicht könnte man sich überlegen, anstatt eines Spickzettels deren zwei anzulegen, einen für die Arbeit im Betrieb und einen für die Schule.

Nach Angaben des Lehrers war der „schulische Spickzettel“ früher als Tabelle in den Formelbücher enthalten. Heute ist er durch den Taschenrechner ersetzt. Der „schulische Spickzettel“ als Tabelle kann als Brücke verwendet werden, um die Funktionsweise des Taschenrechners zu verstehen.

8 Gemeinsam die Anwendung im Betrieb diskutieren



Mit dem Erstellen und besprechen des Spickzettels wurde die Behandlung der Situation „Leiter auswählen" abgeschlossen. Die Lernenden fanden dies unbefriedigend und vermuteten, dass hinter dem ganzen Aufwand mehr stecken muss. Der Lehrer schilderte deshalb in einem abschliessenden sehr kurzen Ausblick, bei welchen weiteren Themen die Winkelfunktionen im Laufe der Ausbildung von Bedeutung sein werden – im vierten Semester in der Wechselstromlehre bei der Behandlung des Phasenverschiebungswinkels „φ" und des Leistungsfaktors „cos φ".

Hier wird die Situation „Leiter auswählen" als reale Berechnungssituation definitiv aufgegeben. Es folgt nur eine – nachträgliche! – Erklärung dazu, welches dann einmal die wirkliche Berechnungssituation sein wird, in der Cosinus und Sinus eine Rolle spielen werden. Wenn das Ziel nur war, den Begriff „Cosinus" einzuführen, macht das natürlich Sinn. Die Grundidee der Acht Schritte *wäre aber so ziemlich das Gegenteil, nämlich ab Schritt 2 gemeinsam auf die Bewältigung einer Berechnungssituation hinarbeiten, die alle kennen und die alle als das eigentliche Ziel erkennen.*

Bezüglich der Situation „Leiter anstellen" würde die Funktion von Schritt 8 darin bestehen, den Gebrauch des in der Schule behandelten im beruflichen Alltag zu thematisieren. Die Idee wäre, dass man dazu mit den Lernenden bespricht, was nun geschieht, wenn sie bewaffnet mit dem Spickzettel in den Betrieb gehen und auf dieser Basis tatsächlich die jeweils geeignetste Leiter auswählen.

Das kann man vorausschauend machen. Interessanter wird es aber, wenn die Lernenden, nachdem sie Umsetzungsversuche gemacht haben, davon erzählen. Typischerweise wird man dabei Anfängerschwierigkeiten besprechen können. im konkreten Fall hier könnte es aber auch zu einer Revision der Spickzettel kommen, weil im Betrieb gar nicht die Leitern mit der Anzahl Sprossen vorhanden sind, die man sich notiert hatte.

Oder es könnte ganz radikal zu einer Diskussion kommen, wann sich die ganze Übung überhaupt lohnt. Mit 94% ist die erreichbare Höhe so nahe bei der Leiterlänge, dass es nur in extremen Fällen notwendig ist, diesen Unterschied zu berücksichtigen.

9 Zusammenfassung

In Anbetracht der Tatsache, dass es sich um einen ersten Versuch handelt, liegt hier ein im Kern gelungener Umsetzungsversuch der *Acht Schritte* vor. Das Ganze schlägt einen schönen Bogen von einer gut gewählten Einstiegsaufgabe zu einem praktisch brauchbaren Spickzettel.

Als Beispiel illustriert diese Umsetzung aber auch, wie es – zumindest anfänglich – nicht ganz einfach ist, die Grundidee der *Acht Schritte* immer vor Augen zu behalten, nämlich den Lernenden zu helfen, eine ganz konkrete Situation zu bewältigen. Ich hoffe, mit meinen Anmerkungen ist es mir gelungen, an ein paar Stellen darauf hinzuweisen, wo die Schwierigkeiten lauern und wie die *Acht Schritte* an diesen Stellen jeweils gedacht sind.

Darüber hinaus illustriert das Beispiel aber auch, dass man innerhalb der *Acht Schritte* das doppelte Ziel angehen kann, sie einerseits für eine ganz konkrete Situation handlungsfähig zu machen (praktischer Teil des Spickzettels) und andererseits darüber hinaus gewisse Abstraktionen einzuführen (schulischer Teil des Spickzettels). Wichtig ist einfach, dass ob dem zweiten Ziel das erste nicht vergessen geht (vgl. *fachrechnen: Wissensaufbau von den Füssen her*).