

Hansruedi Kaiser  
**Fachrechnen vom Kopf auf die Füße gestellt**  
**Berechnungssituationen**

## Suchraster zum Aufspüren alltagsma- thematischer Anforderungen

Unabhängig davon, ob man Berechnungssituationen sammelt, indem man vor Ort beobachtet oder Berufspersonen bzw. Lehrpersonen befragt, ist es wichtig, dass man die ganze Breite all dessen abdeckt, was etwas mit Rechnen bzw. Mathematik im beruflichen Alltag zu tun haben könnte. Dies ist nicht ganz einfach, denn die Vorstellungen der Beteiligten dazu, was Rechnen/Mathematik ist, sind oft vor allem durch Schulerfahrungen geprägt und spiegeln meist nicht das ganze Spektrum möglicher Situationen wieder.

Bei den Köchinnen und Köchen beispielweise werden im Unterricht traditionell die benötigten Zutatenmengen kalkuliert und Preise und Kosten berechnet. Ein wichtiger Bereich ihrer Arbeit, nämlich die Zeitplanung, fand sich hingegen in ihren Lehrmitteln bisher kaum (*fachrechnen: Küche*). Dies ist umso erstaunlicher, als dass offenbar eine missglückte Zeitplanung der häufigste Grund für eine nicht bestandene praktische Schlussprüfung ist. Vielleicht liegt es daran, dass in der Denktradition der Köchinnen und Köche „Rechnen“ etwas mit handfesten Dingen wie Anzahl Karotten oder Anzahl Franken zu tun hat, und daher der Umgang mit verhältnismässig abstrakten Grössen wie Zeitdauern nicht als „Rechnen“ wahrgenommen wird.

Um solche Lücken zu vermeiden, ist es nützlich, wenn man über geeignete Suchraster verfügt, die helfen, auch an Orten auf die Suche nach Berechnungen zu gehen, an denen die Beteiligten keine solchen vermuten würden.

### 1 Raster aus dem schulischen Bereich

In den letzten zwanzig Jahren wurde an verschiedenen Orten versucht, Kompetenzraster für das Fach Mathematik aufzustellen. Beispiele dafür sind die in Deutschland von der KMK entwickelten [Bildungsstandards](#) oder das Kompetenzraster, wie es in der Schweiz im Zusammenhang mit [HarmoS](#) entstanden ist.

Diese Raster unterscheiden sich zwar in Details. Meist werden die Kompetenzen aber grob in folgende fünf Bereiche eingeteilt, so auch beim [Raster von HarmoS](#):

- Zahl und Variable
- Form und Raum
- Grösse und Masse
- Funktionale Zusammenhänge
- Daten und Zufall

Die ersten beiden Bereiche decken sich in etwa mit dem, was traditionelle unter Rechnen und Geometrie verstanden wird. *Grösse und Masse* umfasst dann im Wesentlichen das „Rechnen“ und die „Geometrie“ mit Grössen, die mit Massangaben versehen sind. Und mit *Daten und Zufall* ist die ganze Statistik vom einfachen Auszählen von Ereignissen bis hin zu komplexen Analysen der Daten angesprochen.

Etwas erklärungsbedürftiger ist vielleicht der Bereich *Funktionale Zusammenhänge*. Praktisch gesehen geht es hier um Situationen, in denen sich eine Grösse in Abhängigkeit von einer anderen Grösse verändert – so wie sich die Menge der benötigten Kartoffeln verdoppelt, wenn sich die Zahl der Personen verdoppelt, die essen wollen. Im beruflichen Alltag handelt es sich bei diesen Zusammenhängen sehr oft um eine einfache Proportionalität: Wenn sich die eine Grösse verdoppelt, verdoppelt sich die andere auch; wenn sich die eine Grösse halbiert, halbiert sich die andere auch. Aber es sind natürlich auch komplexe Zusammenhänge möglich.

Interessant ist anzumerken, dass, wie bei den Köchen, auch bei diesen Einteilungen die Zeit bzw. der Umgang mit zeitlichen Zusammenhängen nicht explizit erwähnt wird. Natürlich kann man das Rechnen mit Stunden und Minuten unter *Grösse und Masse* einordnen. Die zeitliche Planung eines mehr oder weniger komplexen Vorgangs, wie etwa die Zubereitung eines mehrgängigen Menüs, umfasst aber mehr, als nur einfaches Rechnen.

Im HarmoS Kompetenzraster werden dann quer zu diesen fünf Bereichen acht *Handlungsaspekte* unterschieden:

- Wissen, Erkennen und Beschreiben
- Operieren und Berechnen
- Instrumente und Werkzeuge verwenden
- Darstellen und Formulieren
- Mathematisieren und Modellieren
- Argumentieren und Begründen
- Interpretieren und Reflektieren der Resultate
- Erforschen und Explorieren

Die ersten vier folgen grob einem Handlungsablauf. Muss ich beispielsweise eine Aufgabe bearbeiten, in der ein rechtwinkliges Dreieck vorkommt, dann muss ich zuerst einmal dieses Dreieck erkennen und wissen, dass hier der Satz des Pythagoras gilt (*Wissen, Erkennen und Beschreiben*). Dann kann ich beispielsweise aus den Angaben zur Länge von zwei Seiten die Länge der dritten Seite berechnen (*Operieren und Berechnen*). Dabei verwende ich Werkzeuge wie Skizzen oder den Taschenrechner (*Instrumente und Werkzeuge verwenden*). Das Resultat und allenfalls den Lösungsweg muss ich abschliessend irgendwie verständlich darstellen (*Darstellen und Formulieren*).

Die letzten drei *Handlungsaspekte* lassen sich als Metatätigkeiten verstehen. *Argumentieren und Begründen*: Ich versuche jemand anders davon zu überzeugen, dass ich sinnvoll vorgegangen bin und dass mein Resultat stimmt. *Interpretieren und Reflektieren der Resultate*: Ich überprüfe für mich selbst, ob das, was ich berechnet habe, auch das ist, was ich berechnen wollte und ob das Resultat stimmen kann. *Erforschen und Explorieren*: Ich probiere, ob ich vielleicht auch anders hätte vorgehen können, ob sich interessante Zusammenhänge entdecken lassen etc.

Etwas erklärungsbedürftiger ist vielleicht *Mathematisieren und Modellieren*. Dass dieser Handlungsaspekt explizit erwähnt wird, hat damit zu tun, dass aus einer schulischen Perspektive etwa die Aufgabe mit dem rechtwinkligen Dreieck unter zwei verschiedenen Gesichtspunkten angegangen werden kann. Man kann „einfach Mathematik betreiben“, d.h. die Aufgabe losgelöst von jeglicher Anwendung bearbeiten und berechnen, wie lange die längste Seite in einem (jedem!) rechtwinkligen Dreieck ist, wenn die beiden kürzeren Seiten die Längen 3 und 4 aufweisen. Oder man kann die mathematischen Zusammenhänge nutzen, um für eine reale Situation zu berechnen, wie gross etwa bei einem Dach die Neigungslänge ist, wenn das Grundmass 4 m und die Höhe 3 m beträgt. Im zweiten Fall muss man die Dachsituation zuerst „in Mathematik übersetzen“ (Mathematisieren) und sie mit Hilfe eines rechtwinkligen Dreiecks modellieren. Im praktischen Alltag kommt selbstverständlich nur der zweite Fall vor, d.h. *Mathematisieren und Modellieren* ist unverzichtbarer Teil jeder praktischen Berechnung.

Ein Ableger von HarmoS sind die an den Berufsfachschulen Thun und Interlaken entwickelten [Kompetenzraster Mathematik](#). Diese basieren auf einem frühen Entwurf zu HarmoS und greifen selektiv einige der Kompetenzbereiche und einige der Handlungsaspekte heraus:

1. Funktionale Zusammenhänge & Sachsituationen
2. Zahl
3. Operationen
4. Term und Variable
5. Raum, Form, Veränderung
6. Grössen und Messen
7. Datenanalyse und Wahrscheinlichkeit
8. Mathematische Symbolsprache verstehen & verwenden, Hilfsmitteln nutzen
9. Argumentieren, kommunizieren, darstellen
10. Modellieren, Probleme lösen, aus Fehlern lernen

Im Rahmen dieser Raster wird dann versucht für verschiedene Berufe differenziert zu beschreiben, was die Lernenden mitbringen müssen, damit sie dem Unterricht an der Berufsschule folgen können. So wird beispielsweise bei [Maler/Malerinnen](#) unter anderem erwartet, dass sie:

**3.1 Grundoperationen & Rechenverfahren ausführen:** Die 4 Grundoperationen mit natürlichen und dezimalen Zahlen mit Taschenrechner ausführen. (A1)

**3.4 Schätzen und runden:** Zu allen Grundoperationen mit ganzen Zahlen das Resultat abschätzen (A2)

**5.4 Dreidimensionale Körper darstellen:** Körper (z.B. Würfel und Quader) zeichnerisch darstellen. (A1)

**6.1 Längen, Flächen, und Volumen beschreiben und darstellen:** Längen, Flächen und Volumen in einer geeigneten Masseinheit abschätzen. (A2)

**8.3 Hilfsmittel einsetzen:** Hilfsmittel in vertrautem Kontext sachgerecht benutzen. (A2)

**10.3 Aus Fehlern lernen:** Fehler mit früher gemachten Fehlern in Verbindung setzen. (B2)

**10.4 Mathematische Probleme modellieren:** Sachprobleme mit mathematischen Mitteln lösen. (A2)

Hingen bestehen bei angehenden Malern/Malerinnen keine Erwartungen bezüglich *Funktionale Zusammenhänge* oder *Datenanalyse und Wahrscheinlichkeit*.

Die Anforderungen werden auf einer vierstufigen Skala formuliert (A1, A2, B1, B2 in Anlehnung an den [Europäischen Referenzrahmen im Sprachbereich](#)). Im Beispiel der Maler und Malerinnen wird etwa beim *Aus Fehlern lernen* die höchst mögliche Stufe erwartet (B 2) wo hingegen bei *Dreidimensionale Körper darstellen* die niedrigste Stufe genügt (A1).

Für alle Berufe werden genau dieselben Raster verwendet. Die einzelnen Berufe unterscheiden sich nur darin, welche Stufe bei welchem Aspekt gefordert wird. So wird beispielsweise bei den Malern und Malerinnen überhaupt nichts bezüglich *Funktionale Zusammenhänge* erwartet, wogegen Polymechaniker „proportionale Funktionen von andern (linearen und nicht linearen) Funktionen unterscheiden“ sollten (A2).

Die Nützlichkeit dieser Zusammenstellungen liegt sicher einmal darin, dass sich auf diese Art leicht vergleichen lässt, in welchen Berufen eher viel oder eher wenig erwartet wird. Sie zeigt aber auch, wie begrenzt hilfreich situationsunabhängige bzw. kontextfreie Kompetenzformulierungen sind. Was erwartet man genau von jemandem, der *Sachprobleme mit mathematischen Mittel lösen* kann? Beispielsweise erwartet man bei 16-jährigen angehenden Malern/Malerinnen sicher nicht, dass sie rechnerisch überprüfen können, ob eine geplante Brücke den zu erwartenden Belastungen standhalten wird. Aber was ist wirklich gemeint?

Die aus dem schulischen Kontext stammenden Kompetenzraster eignen sich also nur begrenzt, um Anforderungen zu beschreiben, welche sich aus beruflichen Handlungssituationen ergeben. Die Kompetenzbereiche können aber durchaus als Suchraster dienen und helfen, bei einer Bedarfsanalyse ein möglichst breites Spektrum an Anforderungen abzudecken. Die Kompetenzbereiche von HarmoS machen zumindest darauf aufmerksam, dass der ganze Bereich *Daten und Zufall* auch eine Rolle spielen könnte.

## 2 Ein Raster aus dem betrieblichen Bereich

Ein etwas anderer Zugang wurde von [Workbase](#) in Neuseeland gewählt. Anstatt mögliche bzw. erwünschte Kompetenzen von Personen zu klassifizieren wurde hier versucht, typische Anforderungen zu beschreiben, welche berufliche Handlungssituationen in mathematischer Sicht stellen. Das Resultat dieses Versuches war eine Liste von fünf sogenannten Deskriptoren:

1. Alphanumerische Codes entziffern.
2. Unterschiedliche numerischer Konzepte verstehen, so wie sie im spezifischen Arbeitskontext relevant sind.
3. Daten notieren als Resultat von Beobachtungen oder Messungen am Arbeitsplatz.
4. Einfache Berechnungen für bestimmte Aufgaben am Arbeitsplatz ausführen.
5. Unterschiedliche Messungen durchführen.

*(Workbase Descriptor Bank, Übersetzung Hansruedi Kaiser)*

Die Deskriptoren sind in einem industriellen Umfeld entstanden und spiegeln dies auch wieder. Jeder dieser Deskriptoren wird anhand folgender Angaben konkretisiert (vgl. folgendes Beispiel).

- **Beispiele (Examples):** Typische Beispiele von Situationen, auf die der jeweilige Deskriptor anwendbar ist.
- **Merkmale (Features):** Merkmale, die all diesen Situationen gemeinsam sind.
- **Fertigkeiten (Specific skills):** Fertigkeiten, welche in diesen Situationen nützlich sein könnten.

Darüber hinaus gibt es zu jedem Deskriptor eine Rubrik „Unterstützungsmöglichkeiten“ (*ways to help people learn*), d.h. eine Liste von Übungsaufgaben, Lernarrangements etc.

Alphanumerische Codes entziffern		
Beispiele	Merkmale	Fertigkeiten
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Alphanumerische Codes wie 32CO1/1</li> <li>- Produkt-Codes</li> <li>- Daten Codes interpretieren</li> <li>- Ein Produkt anhand der Seriennummer erkennen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Verbindet oft Zahlen und Buchstaben</li> <li>- Tritt in verschiedensten Formaten auf</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Alles Vorwissen über das Thema oder die Aufgabe nutzen, um herauszufinden, was der Text bedeutet</li> <li>- Die Bedeutung von Codes kennen, inklusive Zahlen- und Buchstabensequenzen</li> <li>- Zahlen und Buchstaben in Gross- und Kleinschreibung lesen</li> </ul>

*Beispiel eines Deskriptors aus der Workbase Descriptor Bank (Übersetzung Hansruedi Kaiser)*

### 3 Deskriptoren aus dem Projekt GO

Im Projekt GO wurden diese Deskriptoren aufgegriffen und weiterentwickelt. (*fachrechnen: Innerbetriebliche Weiterbildung*). Ziel des Projektes GO war es, in Kooperation mit Betrieben massgeschneiderte Kurse für ihre gering qualifizierten Mitarbeitenden zu entwickeln; Kurse, von denen sowohl die Mitarbeitenden wie die Betriebe profitieren würden. Zu diesem Zweck war es notwendig, die Anforderungen an den einzelnen Arbeitsplätzen zu analysieren.

Die Deskriptoren von Workbase erwiesen sich dabei als nützlicher Ausgangspunkt, mussten aber erweitert werden, um eine grössere Palette unterschiedlicher Situationen abdecken zu können. Vermutlich werden mit der Zeit noch weitere Deskriptoren dazukommen. Aktuell unterscheidet [GO 13 Deskriptoren](#).

### ***Wissen, Erkennen, Beschreiben***

- N1 Alphanumerische Codes entziffern
- N1A Geometrische Darstellungen lesen (Skizzen, Pläne, Karten, geometrische Formen, gebräuchliche Symbole)
- N1B Wertetabellen lesen
- N1C Graphiken lesen
- N2 Unterschiedliche numerischer Konzepte verstehen, so wie sie im spezifischen Arbeitskontext relevant sind

### ***Darstellen und Formulieren***

- N3 Daten notieren als Resultat von Beobachtungen oder Messungen am Arbeitsplatz
- N3A Geometrische Darstellungen erstellen (Skizzen, Pläne)

### ***Operieren und Berechnen***

- N4 Einfache Berechnungen für bestimmte Aufgaben am Arbeitsplatz ausführen
- N4A Sich in Raum und Zeit orientieren (Pläne, Karten, Arbeitspläne, Fahrpläne, ...)
- N4B Zeitliche Abläufe planen
- N4C Raumzeitliche Abläufe planen
- N4D Sich abzeichnende Trends erkennen

### ***Instrumente und Werkzeuge verwenden***

- N5 Unterschiedliche Messungen durchführen

*(Die Nummerierung der Deskriptoren nimmt die Nummerierung der Workbase Deskriptoren auf. N1 entspricht dem Workbase Deskriptor 1 etc. und N1A etc. sind Varianten dazu. Abgesehen davon ist die Nummerierung aber bedeutungslos)*

Die einzelnen Deskriptoren sind ähnlich aufgebaut, wie die Workbase Deskriptoren:

N1C Graphiken lesen		
Beispiele	Merkmale	Ressourcen
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aus einer Graphik für die eigene Arbeit relevante Häufigkeitsangaben herauslesen.</li> <li>- Aus einer Graphik den Verlauf bestimmter, für die eigene Arbeit relevanter Grössen (z.B. Fehlerhäufigkeit) herauslesen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Daten liegen in graphischer Form vor.</li> <li>- Für die Ausführung einer Aufgabe muss ein Wert herausgesucht oder mehrere Werte miteinander verglichen werden.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Säulendiagramme, Balkendiagramme, Kuchendiagramme, Kurven im zweidimensionalen Koordinatennetz</li> <li>- Das Resultat auf seine Plausibilität überprüfen.</li> <li>- Die Konsequenzen für das eigene Handeln kennen.</li> <li>- Anderen die herausgelesene Bedeutung erklären und begründen, wie man dazu gekommen ist.</li> </ul>

Dieser Aufbau entspricht im Wesentlichen dem Format der *Situierten Kompetenzen* (*fachrechnen: Situierte Kompetenzen*). Die *Beispiele* können als *typische Situationen* verstanden werden (wenn auch viel kürzer dargestellt, als bei den *Situierten Kompetenzen* üblich). Die *Merkmale* beschreiben den *Situationskreis*. Und die *Ressourcen* entsprechen selbstverständlich den *Ressourcen*.

Mit diesem Aufbau können die Deskriptoren als prototypische berufliche Berechnungssituationen verstanden werden und eignen sich direkt als Vorlage, aus der heraus berufsspezifische Situationsbeschreibungen entwickelt werden können.

Zu jedem Deskriptor existiert analog zu den Workbase Deskriptoren zusätzlich eine Sammlung von [Aufgaben](#) und ein Zusammenstellung einiger [Lehr- und Lerntipps](#). Die Aufgaben können als weitere Beispiele genutzt werden und sind deutlich ausführlichere *typische Situationen* als die kurzen *Beispiele* bei den Deskriptoren.

## 4 Verbindung zwischen HarmoS und den GO Deskriptoren

Oben in der Liste der GO Deskriptoren sind einige Handlungsaspekte von HarmoS als Zwischentitel gesetzt. Dies ist ein Versuch, die beiden Zugänge zueinander in Bezug zu setzen. Gemeint ist damit, dass die einzelnen Anforderungen, welche durch die Deskriptoren umschrieben werden, jeweils am offensichtlichsten mit dem entsprechenden Handlungsaspekt zu tun haben. So muss man, wenn die Situation verlangt, dass man *Geometrische Darstellungen erstellt, sicher Darstellen und Formulieren*.

Allzu eng sollte diese Verbindung aber nicht gesehen werden. Denn wie gesagt, fordern alle beruflichen Berechnungssituationen immer *Mathematisieren und Modellieren*. Und muss man *Geometrische Darstellungen erstellen*, muss man auch *Wissen, Erkennen und Beschreiben* sowie *Operieren und Berechnen* und *Instrumente und Werkzeuge verwenden*.